

<https://doi.org/10.20396/rbest.v3i00.15634>

## DEBATE

# Um novo índice de desigualdade?

*Rodolfo Hoffmann\**

### Resumo

Este artigo tem como objetivo motivar o debate sobre métodos de mensuração da desigualdade de renda e da pobreza para a comparação de regiões de um país (ou para comparar países selecionados). Trata-se de uma crítica a um artigo publicado no volume 2 da Revista Brasileira de Economia Social e do Trabalho. A modificação do índice de Gini proposta por Esparza *et al.* (2020) envolve definições arbitrárias e sem justificativa. Já existem métodos consagrados para comparar a distribuição da renda em várias regiões sem que a análise se limite à desigualdade, como, por exemplo, as curvas de Lorenz generalizadas.

**Palavras-chave:** Desigualdade; Distribuição de renda; Pobreza; Curva de Lorenz generalizada.

**JEL:** C10, D31, I32.

\* Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo (ESALQ-USP), Brasil.

Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-2077-8202>

E-mail: hoffmannr@usp.br



Nota do Editor: A análise crítica aqui publicada está endereçada ao artigo de Esparza, Ortiz, Macías, & Maza (2020), "Bilateral Gini index: application for regional studies and international comparisons". A RBEST oferece aos autores desse artigo o direito de resposta.

## A new inequality index?

### Abstract

This article aims to motivate the debate on methods of measuring income inequality and poverty to compare regions in a country (or to compare selected countries). It is a criticism of an article published in volume 2 of the Brazilian Journal of Social and Labour Economics. The modification of the Gini index proposed by Esparza *et al.* (2020) involves arbitrary and unjustified definitions. There are already established methods, such as the generalized Lorenz curves, to compare the distribution of income in several regions without the analysis being limited to their inequality.

**Keywords:** Inequality; Income distribution; Poverty; Generalized Lorenz curve.

## ¿Un nuevo índice de desigualdad?

### Resumen

Este artículo tiene por objetivo motivar el debate sobre los métodos de medición de la desigualdad de ingresos y la pobreza para comparar regiones de un país (o comparar países seleccionados). Esta es una crítica a un artículo publicado en el volumen 2 de la Revista Brasileira de Economia Social e do Trabalho. La modificación del índice de Gini propuesta por Esparza *et al.* (2020) implica definiciones arbitrarias e injustificadas. Ya existen métodos establecidos para comparar la distribución de ingreso en diversas regiones sin que el análisis se limite a la desigualdad, como, por ejemplo, las curvas de Lorenz generalizadas.

**Palabras clave:** Desigualdad; Distribución de ingreso; Pobreza; Curva de Lorenz generalizada.

2

## Un nouvel indice des inégalités?

### Résumé

Cet article vise à motiver le débat sur les méthodes de mesure des inégalités de revenus et de la pauvreté pour comparer les régions d'un pays (ou pour comparer des pays sélectionnés). Il s'agit d'une critique d'un article publié dans le volume 2 de la Revista Brasileira de Economia Social e do Trabalho. La modification de l'indice de Gini proposée par Esparza *et al.* (2020) implique des définitions arbitraires et injustifiées. Il existe déjà des méthodes établies pour comparer la distribution des revenus dans différentes régions sans que l'analyse se limite aux inégalités, comme par exemple les courbes de Lorenz généralisées.

**Mots clés:** Inégalités; Répartition des revenus; Pauvreté; Courbe de Lorenz généralisée.

## Apresentação e discussão da proposta

Em artigo publicado no volume 2 desta Revista, Esparza et al. (2020) propõem uma nova medida de desigualdade: uma modificação do índice de Gini, que eles denominam “índice de Gini bilateral”.

As rendas de uma população de  $N$  pessoas são indicadas por  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , com média geral

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Vamos focalizar a atenção em um subconjunto dessa população, com  $n$  elementos. Se inicialmente tivermos considerado a população de um país, o subconjunto pode ser, por exemplo, a população de uma de suas regiões. Seja  $m$  o número de valores  $x_i \leq \mu$  e seja  $M$  o número de valores  $x_i > \mu$  nesse subconjunto. Note-se que os valores do subconjunto são comparados com a média geral da população (não com a média do subconjunto). Para todo subconjunto tem-se sempre  $m + M = n$ . Seja  $G$  o índice de Gini do subconjunto.

Conforme o artigo mencionado, define-se  $p_M = M/n$  e o índice de Gini bilateral ( $G_B$ ) é igual a

- (1)  $G_B = p_M G$  se  $0,5 < p_M < 1$ ,
- (2)  $G_B = p_M G - 1$  se  $p_M < 0,5$ ,
- (3)  $G_B = 0$  se  $p_M = 0,5$  e
- (4)  $G_B = 1 - G$  se  $p_M = 1$ .

Excluindo o caso de perfeita igualdade ( $G = 0$ ), tem-se  $G_B > 0$  se  $p_M > 0,5$ , e  $G_B < 0$  se  $p_M < 0,5$ .

Tratando-se da análise da distribuição da renda nas regiões de um país, o valor de  $p_M$  em uma região tende a ser maior em regiões relativamente ricas. Note-se que

$$p_m = \frac{m}{n} = 1 - p_M$$

é a proporção de pobres na região, se a renda média geral do país for adotada como linha de pobreza. O “Gini bilateral” mistura uma medida de desigualdade com uma medida de nível de renda ou de pobreza. Se todas as rendas em uma região forem menores do que a renda média geral da população, tem-se  $p_M = 0$  e  $G_B = -1$ , independentemente do valor de  $G$ ; nesse caso o “Gini bilateral” perde qualquer relação com a desigualdade da distribuição da renda na região.

Em seguida, Esparza *et al.* (2020) definem um índice bidimensional formado pelos valores de  $G$  e  $G_B$ , denominado "Bidimensional Bilateral Gini index". Afirmam (p. 11), sem nenhuma explicação, que esse índice obedece à condição de Pigou-Dalton. Essa condição estabelece que o valor de uma medida de desigualdade deve aumentar sempre que for feita uma transferência regressiva de renda, isto é, uma transferência de renda na qual o receptor já tem renda igual ou maior do que a do doador. Sabemos que o índice de Gini ( $G$ ) obedece à condição de Pigou-Dalton. É necessário definir como se aplica essa condição a um índice bidimensional: os dois componentes devem aumentar com a transferência regressiva? Mas o "índice de Gini bilateral" não obedece à condição de Pigou-Dalton, como mostra o exemplo a seguir.

Consideremos o subconjunto de  $n = 4$  valores 1, 3, 5 e 7 de uma população com média geral  $\mu = 2$ . Podemos verificar que  $p_M = 0,75$ ,  $G = 0,3125$  e  $G_B = 0,2344$ . Fazendo duas transferências regressivas, o subconjunto de 4 valores passa a ser 1, 1, 1 e 13, com  $p_M = 0,25$ ,  $G = 0,5625$  e  $G_B = -0,8594$ .

Como as transferências regressivas fazem o valor de  $p_M$  deixar de ser superior a 0,5 e se tornar inferior a 0,5, o valor de  $G_B$  muda de positivo para negativo, contrariando a condição de Pigou-Dalton. De fato, o "Gini bilateral" de Esparza *et al.* (2020) não é uma medida de desigualdade apropriada e é muito inconveniente que sua denominação incorpore o nome da mais usual das medidas de desigualdade.

No segundo parágrafo da p. 21 do artigo lê-se que "the population within deciles IX and X concentrates 50% of the Mexican population, this helps us to visualize what the Bilateral Gini tries to contribute to the Gini Index: the decrease in the Gini value does not imply an improvement in the average income of the population." Ocorre a usual confusão entre "decil" e "décimo". Os decis são as separatrizes, isto é, os nove valores da variável que dividem a distribuição em dez décimos ordenados.<sup>1</sup> Mas, de qualquer maneira, é absurdo dizer que dois decis ou dois décimos concentram 50% da população; dois décimos obviamente correspondem a 20% da população.

O restante da sentença mostra que os autores consideram relevante o uso do "Gini bilateral" por mostrar que um decréscimo no valor do índice de Gini de uma população não implica que a renda média tenha crescido. Mas qual é o pesquisador que, ao analisar índices de Gini, afirmou que existe tal associação estatística negativa entre variações na desigualdade e na renda média?

<sup>1</sup> O termo "percentil" foi originalmente definido por Galton (1885). Uma definição rigorosa de percentis e decis pode ser encontrada em Davidson e MacKinnon (2004, p. 180).

## Análise crítica da proposta

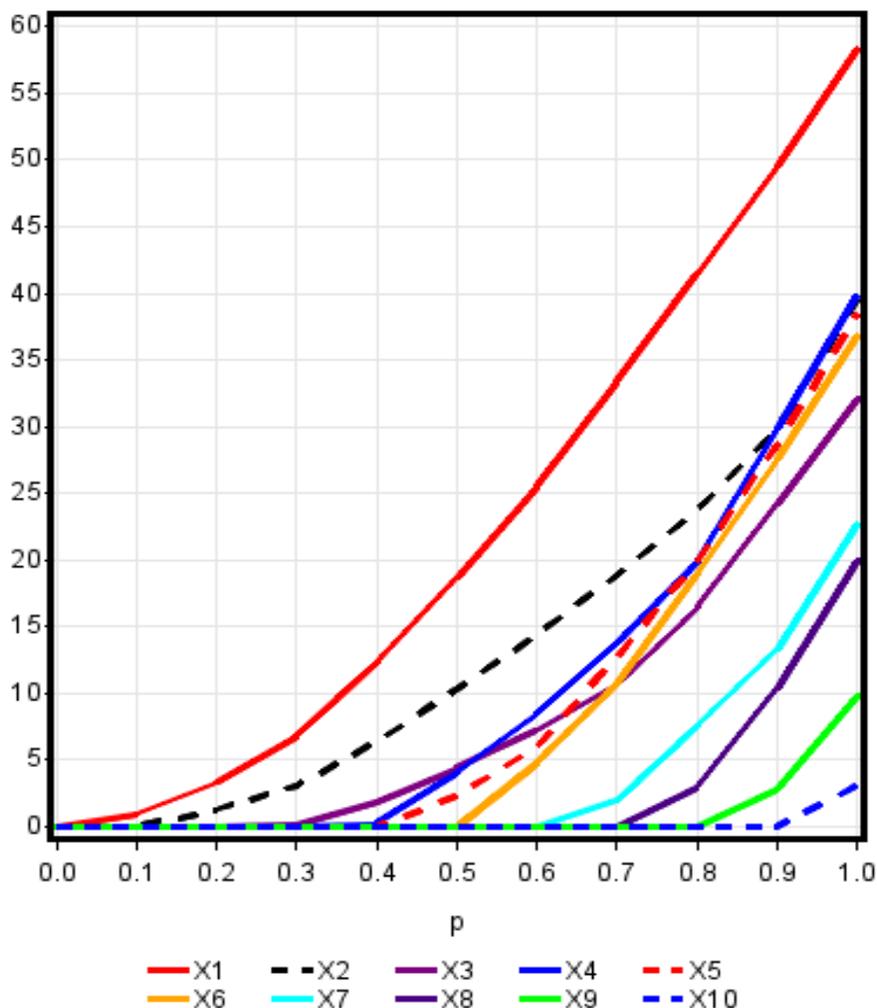
Desculpem a tautologia, mas um índice de desigualdade deve medir a desigualdade. Não tem cabimento querer inventar um índice de “desigualdade” que capte todas as características de uma distribuição e, muitos menos, todas as características socioeconômicas de uma região. A distinção entre tendência central, dispersão e desigualdade de uma distribuição está muito bem estabelecida em estatística e geralmente é aconselhável medir essas características separadamente. Se o pesquisador deseja comparar a distribuição da renda em regiões de um país levando em consideração tanto o nível médio de renda como a desigualdade da distribuição da renda pode, por exemplo, analisar os valores do índice de Gini e da renda média em cada região. Poderia incluir medidas de pobreza para diversas linhas de pobreza. Isso seria muito mais simples e claro do que o uso do “Gini bilateral”.

Uma maneira mais sofisticada de comparar várias distribuições levando em consideração tanto as médias como a desigualdade é comparar as curvas de Lorenz generalizadas dessas distribuições (ver Hoffmann, Botassio, & Jesus, 2019, pp. 280-286). No início da p. 13 do artigo, Esparza *et al.* (2020) apresentam dados artificiais para 10 conjuntos de 10 valores de uma variável. Vamos indicar esses conjuntos por  $X1, \dots, X10$ . Esses conjuntos apresentam valores crescentes do índice de Gini, com  $G = 0,2403$  para  $X1$  e  $G = 0,9000$  para  $X10$ . A pobreza tende a crescer, o que se manifesta na tendência crescente nos valores de  $p_m$ . Utilizando esses dados, construímos as curvas de Lorenz generalizadas para os 10 conjuntos, apresentadas na Figura 1.

Observa-se que a distribuição  $X1$  domina em segunda ordem todas as outras nove. A distribuição  $X1$  apresenta a maior renda média (58,3) e o menor índice de Gini. O fato de a distribuição  $X1$  dominar em segunda ordem a distribuição  $X2$ , por exemplo, significa que o bem-estar total associado a  $X1$  é maior do que o associado a  $X2$  para toda função de bem-estar social crescente e Schur-côncava da renda; como as duas distribuições têm o mesmo número de elementos (10), significa, também, que  $X1$  pode ser obtida de  $X2$  fazendo acréscimos nas rendas e/ou transferências progressivas. O fato de a curva de Lorenz generalizada para  $X1$  ficar sempre acima da curva para  $X2$  garante que a medida de pobreza de Foster, Greer, e Thorbecke com  $\alpha = 1$  (que é igual ao produto  $HI$  entre a proporção de pobres e a razão de insuficiência de renda)<sup>2</sup> em  $X1$  é sempre menor do que em  $X2$ , qualquer que seja a linha de pobreza adotada.

<sup>2</sup> O produto  $HI$  (a proporção de pobres  $H$  multiplicada pela razão de insuficiência de renda  $I$ ) é uma medida de pobreza que capta tanto a *extensão* como a *intensidade* da pobreza. Para uma exposição didática do assunto, ver o capítulo 11 de Hoffmann, Botassio, e Jesus (2019). Foster, Greer, e Thorbecke (2010) fazem uma extensa revisão da literatura sobre medidas de pobreza desde a época do seu artigo original de 1984, ressaltando a importância do artigo anterior de Sen (1976a).

Figura 1. Curvas de Lorenz generalizadas para os 10 subconjuntos  
(dados extraídos da Tabela na p. 13 do artigo de Esparza *et al.*, 2020)



Note-se o cruzamento entre as curvas de  $X3$  e de  $X6$ . Não há dominância de segunda ordem entre essas duas distribuições. A média é maior em  $X6$  (36,8) do que em  $X3$  (32,1), mas o índice de Gini é maior para  $X6$  ( $G = 0,5636$ ) do que para  $X3$  ( $G = 0,4938$ ).

Se o objetivo é classificar diversas regiões levando em consideração tanto a desigualdade como a tendência central das distribuições de renda, outra alternativa é usar a medida de bem-estar  $W_h = \mu_h(1 - G_h)$ , onde  $\mu_h$  e  $G_h$  são, respectivamente, a renda média e o índice de Gini da  $h$ -ésima região. Sen (1973/1997) e Sen (1976b) são referências fundamentais na ampla literatura sobre o tema.

Na Tabela 1 do artigo, Esparza *et al.* (2020) listam algumas medidas de desigualdade e indicam suas propriedades. As duas primeiras na Tabela são a variância e o desvio padrão. A rigor, a variância e o desvio padrão são medidas de dispersão, e não de

desigualdade. O coeficiente de variação é, sim, uma medida de desigualdade e sua fórmula deixa claro que se trata de uma medida de dispersão *relativa*. Se uma pessoa considerar que o desvio padrão das rendas é uma medida de desigualdade, deverá concordar com a afirmativa de que as mudanças monetárias ocorridas no Brasil, com a unidade monetária se tornando 1.000 vezes maior, fizeram, na ocasião, que a desigualdade da distribuição da renda no país se reduzisse a um milésimo.

Afirma-se, na Tabela, que a variância dos logaritmos obedece à condição de Pigou-Dalton. Isso não é verdade (ver Hoffmann, Botassio, & Jesus, 2019, pp. 174-177).

Conclusão: inovações inapropriadas e erros tornam aconselhável esquecer esse artigo de Esparza *et al.* (2020).

## Referências

Davidson, R., & MacKinnon, J. G. (2004). *Econometric theory and methods*. Oxford University Press.

Esparza, L. J. R., Ortiz, D., Macías, J., & Maza, O. (2020). Bilateral Gini index: application for regional studies and international comparisons. *Revista Brasileira de Economia Social e do Trabalho*, 2(.), e020010. <https://doi.org/10.20396/rbest.v2i..13481>

Foster, J., Greer, J., & Thorbecke, E. (1984). A class of decomposable poverty measures. *Econometrica*, 52(3), 761–766. <https://doi.org/10.2307/1913475>

Foster, J., Greer, J., & Thorbecke, E. (2010). The Foster–Greer–Thorbecke (FGT) poverty measures: 25 years later. *Journal of Economic Inequality*, 8, 491–524. <https://doi.org/10.1007/s10888-010-9136-1>

Galton, F. (1885). Some results of the Anthropometric Laboratory. *Journal of the Anthropological Institute*, 14, 275–287. <https://doi.org/10.2307/2841985>

Hoffmann, R., Botassio, D. C., & Jesus, J. G. (2019). *Distribuição de renda: medidas de desigualdade, pobreza, concentração, segregação e polarização*. 2<sup>nd</sup> ed. São Paulo: Edusp.

Sen, A. (1973/1997). *On economic inequality*. [Expanded edition with a substantial anexo by James E. Foster and Amartya Sen.] United Kingdom: Clarendon Press.

Sen, A. (1976a). Poverty: an ordinal approach to measurement. *Econometrica*, 44(2), 219–231. <https://doi.org/10.2307/1912718>

Sen, A. (1976b). Real national income. *The Review of Economic Studies*, 43(1), 19–39. <https://doi.org/10.2307/2296597>

Recebido em 07 de fevereiro de 2021.

Aprovado em 20 de fevereiro de 2021.