

# Efeitos Quânticos no Campo Eletromagnético

Clodoaldo Valverde <sup>1</sup>

Universidade Paulista (UNIP),  
CEP: 74845-090, Goiânia (GO), Brasil.

## Resumo

Neste artigo apresentaremos uma retrospectiva dos efeitos quânticos do campo eletromagnético tais como antiagrupamento de fótons, estatística sub-Poissoniana, efeito de compressão de ruído quântico, oscilações e zeros na distribuição de fótons, bem como uma revisão dos principais estados do campo de radiação quantizado.

## 1 Introdução

Desde o trabalho pioneiro de Glauber [1] em 1963, após a descoberta do laser, um estudo extensivo do campo de radiação quantizado (CRQ) foi feito na literatura, principalmente após a detecção do efeito de antiagrupamento de fótons (“antibunching”) [2] em 1977, constituindo a primeira prova distinta de um efeito quântico exibido pelo campo da luz [3]. Muitos outros efeitos quânticos exibidos pelo CRQ foram descobertos, dos quais citamos: a estatística sub-Poissoniana [4], compressão (“squeezing”) [5], oscilações [6] e zeros [7] na distribuição de número de fótons  $P_n$ , etc. A razão de identificar os efeitos quânticos vem do fato do estado  $\hat{\rho}$  (operador densidade), que descreve este campo, não poder ser representado na base de estados coerentes pela distribuição (ou função-P) de Glauber-Sudarshan regular, ou seja, a distribuição apresenta singularidades e valores negativos [1]. Além destes efeitos quânticos mencionados, existem também outros efeitos onde a quantização do campo é necessária, mesmo quando o campo é o mais clássico dos quânticos como por exemplo o estado coerente.

Assim, como exemplos nos quais a quantização do campo é necessária, citamos:

(i) o colapso e o ressurgimento (“collapse-revival”) da inversão atômica [8]  $W(t) = \langle \Psi | \hat{\sigma}_z(t) | \Psi \rangle$ , sendo  $\hat{\sigma}_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  o operador inversão atômica,  $|e\rangle$  e  $|g\rangle$  são os estados atômicos excitado e fundamental, respectivamente, e  $|\Psi\rangle$  o estado inicial que descreve o sistema (acoplado) átomo-campo;

(ii) dispersão dos átomos por um campo estacionário [9], onde o estado do campo dentro de uma cavidade de alta qualidade é obtido através dos dados atômicos;

(iii) a principal superposição quântica macroscópica que é nomeada na literatura como o “gato de Schrödinger” [10];

(iv) correlação não local [11], levando ao processo de teletransporte [12];

(v) o emaranhamento (“entanglement”) de estados [13], um efeito importante para a engenharia de estados quânticos

(EEQ) [14], computação quântica [15], criptografia quântica [16] e teleportação quântica [17] ou para campos estacionários gerados dentro de boas cavidades [18] ou a criação de campos viajantes utilizando divisores de feixes (“beam splitters”) [19];

(vi) interferência no espaço [6];

(vii) tomografia quântica [20];

(viii) endoscopia quântica [21];

(ix) decoerência quântica [22] de um estado previamente preparado dentro de uma cavidade devido a sua interação com o meio ambiente.

A decoerência ocorre em sistemas macroscópicos numa escala de tempo muitas ordens de grandeza menor do que os tempos usualmente observáveis, passando assim despercebida. Para sistemas microscópicos e até sistemas mesoscópicos o tempo de decoerência é perfeitamente acessível, da ordem de milissegundos. O tempo de decoerência é inversamente proporcional ao “grau de macroscopicidade” do sistema, ou seja, ao número médio de fótons. Entretanto, podemos tomar precauções especiais para reduzir a interação com o ambiente tais como: a) estudar os efeitos de perda de coerência em estados com pequeno número médio de fótons; b) diminuir a temperatura do reservatório para bem perto de zero kelvin; c) usar cavidades supercondutoras, que são quase perfeitamente refletoras, aumentando assim o tempo de coerência do sistema. Foi possível, recentemente, observar o efeito e medir o tempo de decoerência num sistema de alguns fótons contido dentro de uma cavidade ressonante a baixas temperaturas [23].

Hoje em dia, existe um grande número de estados em Óptica Quântica, introduzidos nas últimas duas décadas. Entretanto, a geração destes estados não é uma tarefa de fácil execução. Até mesmo a geração do estado de número  $|N\rangle$ , um dos “cavalos de batalha” da Óptica Quântica, remanesceu com uma solução experimental difícil (até então somente os estados de número  $|n\rangle$  com  $n$  pequeno foram obtidos em laboratório [24]). As propostas neste sentido existem,

<sup>1</sup>e-mail: valverde@unip.br

entretanto, para adquirir um pouco de otimismo [25], lembremos que o primeiro estado comprimido [25], obtido em 1985, teve que esperar aproximadamente quinze anos após sua previsão teórica por Stoler [5]. Neste caso, a geração foi bem sucedida e empregou a técnica “four-wave-mixing” [25], o que contraria a sugestão (mal sucedida) precedente, proposta por Yuen [5], que usa um laser de dois-fótons. Nesta linha, vale a pena mencionar uma proposta recente de Barnett e Pegg [26], sugerindo um arranjo interessante para medir a fase de um estado do campo arbitrário, em que um estado aparentemente exótico, denominado “estado binomial recíproco” (EBR) representa um papel crucial na experiência. Neste artigo, o autor ressalta que em vista de um recente avanço da engenharia de estados quânticos, seja possível no futuro realizar o EBR, permitindo que se meça a fase do campo desejado. Naturalmente, os leitores não viram ainda a relevância em uma experiência que depende crucialmente de um estado indisponível, tal como o EBR. Entretanto, uma proposta para gerar o EBR, baseada na engenharia de estados quânticos, foi apresentada [27]. Mais recentemente ainda, mostrou-se que o EBR pode ser decisivo também para a litografia quântica [28]. Como outro exemplo, vale a pena mencionar que a geração da superposição quântica “macroscópica” foi recentemente obtida [29], constituindo na primeira realização experimental de estados tipo “gato de Schrödinger”. Experiências recentes de decoerência [23], de um campo confinado em uma cavidade, e de teletransporte de estados de uma cavidade para outra também têm sido realizadas [17].

## 2 Efeitos Quânticos no Campo Eletromagnético

### 2.1 Efeito de Antiagrupamento

Como mencionado anteriormente, o efeito de antiagrupamento foi o primeiro efeito quântico distinto no campo de luz. Tal efeito foi determinado pela medida da função de correlação de segunda ordem, dada por:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(\tau)\hat{a}^\dagger(0)\hat{a}(0)\hat{a}(\tau) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(\tau)\hat{a}(\tau) \rangle^2}, \quad (1)$$

na qual  $\hat{a}^\dagger$  e  $\hat{a}$  são, respectivamente, os operadores criação e aniquilação de fótons. O efeito de antiagrupamento ocorre quando  $g^{(2)}(\tau)$  pertence ao intervalo  $[0, 1)$  ou seja  $0 \leq g^{(2)}(\tau) < 1$ . O estado coerente  $|\alpha\rangle$  ( $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ ) é neutro ou seja,  $g^{(2)}(\tau) = 1$ , com agrupamento e antiagrupamento nulos. Antiagrupamento é um efeito usado para detectar a probabilidade de encontrar um segundo fóton de um campo depois de um certo tempo  $\tau$  da descoberta do primeiro fóton, sendo sempre menor que aquela encontrada para um

campo no estado coerente. No agrupamento a probabilidade é sempre maior do que um campo no estado coerente. Se  $g^{(2)}(\tau) > 1$ , diz-se que os fótons do feixe luminoso estão agrupados (“bunching”) e se  $g^{(2)}(\tau) < 1$ , antiagrupados. Para obter o antiagrupamento é necessário quantizar o campo de radiação. Quando  $g^{(2)}(\tau) = 1$ , temos o limite entre a região clássica e a região quântica. A Figura 1 mostra o gráfico de  $g^{(2)}(\tau)$  contra  $\tau$ . A região clássica  $g^{(2)}(\tau) > 1$ , foi obtida em 1956 por Brown e Twiss [30]; a região limite  $g^{(2)}(\tau) = 1$ , foi encontrada por Arecchi *et al.* [31]; e a região quântica  $g^{(2)}(\tau) < 1$ , foi encontrada por Kimble *et al.* [32].

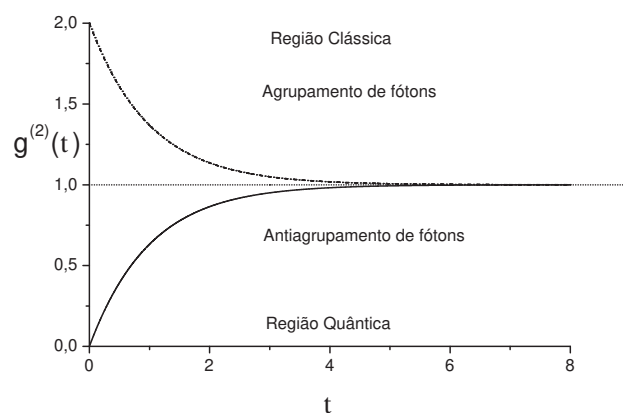


Figura 1: Gráfico ilustrando a ocorrência de agrupamento e antiagrupamento de fótons,  $g^{(2)}(0) = 1$  mostra a fronteira entre as regiões clássica e quântica.

### 2.2 Estatística Sub-Poissoniana

O campo de estatística sub-Poissoniana é caracterizado pelo fato da variância do número de fótons,  $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle$ , ser menor que o número médio de fótons  $\bar{n}$ , ou seja,  $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle < \bar{n}$ ; o caso oposto  $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle > \bar{n}$  caracteriza um campo super-Poissoniano. Quando  $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle = \bar{n}$ , o campo apresenta uma estatística Poissoniana característica dos estados coerentes. Um dos parâmetros usados para determinar a estatística do campo é o denominado fator de Fano, dado pela relação:

$$F = \frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle}{\bar{n}}. \quad (2)$$

Assim, para  $F > 1$  temos uma estatística super-Poissoniana, para  $F < 1$ , temos uma estatística sub-Poissoniana e para  $F = 1$ , temos a estatística Poissoniana [4].

### 2.3 Efeito de Compressão

Definindo os operadores quadratura (Hermitianos)

$$\hat{x}_1 = \frac{(\hat{a} + \hat{a}^\dagger)}{2} \quad \text{e} \quad \hat{x}_2 = \frac{(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)}{2i}, \quad (3)$$

com  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ ,  $[\hat{x}_1, \hat{x}_2] = i/2$ , e respectivas variâncias

$$\langle \Delta \hat{x}_i^2 \rangle = \langle \hat{x}_i^2 \rangle - \langle \hat{x}_i \rangle^2 \quad (i = 1, 2), \quad (4)$$

encontramos que, para o estado coerente,  $\langle \Delta \hat{x}_1^2 \rangle = \langle \Delta \hat{x}_2^2 \rangle = 1/4$  e  $\langle \Delta \hat{x}_1 \rangle \langle \Delta \hat{x}_2 \rangle = 1/4$ . Agora, o efeito de compressão (“squeezing”) [5] acontece quando  $\langle \Delta \hat{x}_1^2 \rangle < 1/4$  ou  $\langle \Delta \hat{x}_2^2 \rangle < 1/4$  (nunca os dois simultaneamente devido a relação de incerteza de Heisenberg  $\langle \Delta \hat{x}_1^2 \rangle \langle \Delta \hat{x}_2^2 \rangle \geq 1/4$ ).

O desenvolvimento da teoria sobre o efeito de compressão começou por volta de 1970, porém, a sua comprovação experimental ocorreu apenas em 1985 [25].

### 2.4 Oscilações na Distribuição de Número de Fótons

Oscilações na distribuição de número de fótons evidenciam a granularidade dos fótons e este efeito está relacionado à ocorrência de interferência no espaço de fase. A distribuição de número de fótons é definida como  $P_n = \langle n | \hat{\rho} | n \rangle = \rho_{n,n}$ , onde  $\hat{\rho}$  descreve um determinado estado do campo ( $\hat{\rho} = |\Psi\rangle \langle\Psi|$  quando o estado for puro e  $\hat{\rho} = \sum_{\Psi} P_{\Psi} |\Psi\rangle \langle\Psi|$  quando o estado for de mistura estatística). As distribuições de número de fótons mais conhecidas são: uma função monotonicamente decrescente, característica de um estado térmico ou caótico (estado de mistura) [3]; uma função Poissoniana que apresenta um máximo para  $n = |\alpha|^2$ , característica dos estados coerentes (estado puro).

No estado comprimido (estado puro), a distribuição de número de fótons apresenta-se mais larga ou mais estreita, dependendo da intensidade  $\alpha$  e do parâmetro de compressão do campo. Essa característica foi observada primeiramente por Schleich *et al.* [6]. Estes estados, de fato, podem exibir oscilações na distribuição  $P_n$ , sendo um efeito que também caracteriza a natureza não clássica do campo. Tal efeito foi explicado em termos da interferência observada no espaço de fase.

Além do estado comprimido, existem vários outros estados do campo quantizado que podem apresentar oscilações na  $P_n$ , tais como: (i) o estado obtido da superposição de dois estados coerentes  $|\Psi\rangle = \eta(|\alpha_1\rangle + |\alpha_2\rangle)$  (Figura 2a), com  $\alpha_1 = R e^{i\theta}$  e  $\alpha_2 = R e^{-i\theta}$ , sendo  $\eta$  o fator de normalização [33]; (ii) o estado de número comprimido [34]  $|\Psi\rangle = |z, N\rangle$ , no qual  $z = r$ , sendo  $r \gg 1$ ; (iii) o estado de número deslocado [34]  $|\Psi\rangle = |\alpha, N\rangle = \hat{D}(\alpha) |N\rangle$  (Figura 2b), sendo  $\hat{D}(\alpha)$  o operador deslocamento de Glauber.

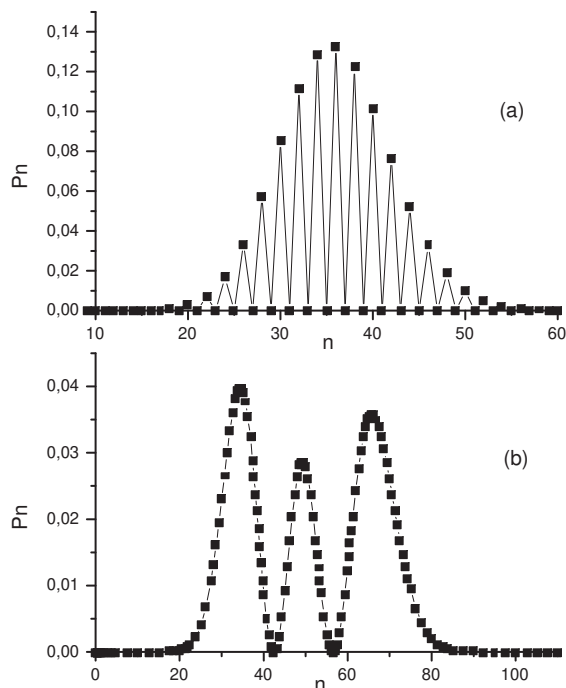


Figura 2: Gráfico de  $P_n$  contra  $n$  (a) para o estado coerente com  $R = 6$ ,  $\theta = \pi/2$ ; (b) para o estado de número deslocado com  $N = 3$  e  $\alpha = 7$ .

### 2.5 Zeros na Distribuição de Números de Fótons

Estados que exibem zeros na distribuição de número de fótons  $P_n$ , caracterizam estados não clássicos [7]. Um exemplo destes estados que mostram muitos zeros na sua distribuição de número de fótons, ou seja,  $P_n = 0$  para  $n$  par ou ímpar, é dado pela superposição de estados coerentes  $|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle$  [35]. Mais recentemente [36], foi observado um cenário diferente, no qual estados que exibem um ou mais zeros na  $P_n$  também devem ser considerados. A geração de cada um desses estados, incluindo o controle experimental dos zeros, foi proposta em 2001 [37]. Os efeitos mencionados nas seção 2, são todos efeitos não clássicos. A razão é que estes estados não correspondem à representação  $P(\alpha)$  de Glauber-Sudarshan, ou seja, não satisfazem a condição  $P(\alpha) \geq 0$  [3, 7]. Atualmente, existem vários outros efeitos como, por exemplo, aqueles envolvendo a interação átomo-campo na qual a negatividade ou a irregularidade da distribuição  $P(\alpha)$  não é evidente, mas a quantização do campo eletromagnético se faz necessária. Neste caso, a explicação do efeito de colapso e ressurgimento exibido na inversão atômica  $\langle \hat{\sigma}_z(t) \rangle = \langle \Psi | \hat{\sigma}_z(t) | \Psi \rangle$ , quando o campo está inicialmente em um estado coerente, requer a quantização do campo, apesar do estado coerente ser o estado mais clássico dos quânticos que está no domínio

da Óptica Quântica. A dispersão de átomos por um campo estacionário [3, 38], correlação não local [11] e emaranhamento de estados [13], são outros exemplos que requerem a quantização do campo.

Na seção 2, a natureza quântica do campo aparece conectada aos efeitos não clássicos, enquanto que nos exemplos mencionados sobre a quantização do campo é necessário explicar outros efeitos não clássicos, até mesmo quando o campo for clássico. Sabemos também que estados do campo conhecidos na literatura como estados não clássicos exibem os efeitos mencionados na seção 2. Na próxima seção apresentaremos alguns exemplos deles. Normalmente, um campo não clássico é criado a partir de uma evolução conveniente do campo mais clássico dos quânticos (coerente) para  $t = 0$ .

## 3 Estados do Campo de Radiação

### 3.1 Estados Clássicos

#### 3.1.1 Estado Térmico

No caso de uma luz térmica emitida por uma fonte em equilíbrio térmico a uma temperatura  $T$ , o operador densidade pode ser escrito como  $\hat{\rho} = N e^{-\beta \hat{H}}$ , sendo:

$$\begin{aligned} N &= \left[ \text{tr}(e^{-\beta \hat{H}}) \right]^{-1}, \\ \hat{H} &= \hbar \omega (\hat{n} + 1/2), \\ \beta &= 1/K_B T. \end{aligned} \quad (5)$$

Tal estado descreve o campo eletromagnético no estado térmico [39]. O estado térmico exhibe estatística super-Poissoniana, agrupamento de fótons  $g^{(2)}(0) > 1$  e não apresenta efeito de compressão, pois o ruído nas duas quadraturas é maior que  $\frac{1}{4}$ , apresentando o efeito de anti-compressão. Portanto o estado térmico é clássico.

#### 3.1.2 Estado Coerente

O estado  $|\alpha\rangle$ , autovetor do operador aniquilação  $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ , assim como o operador densidade  $\hat{\rho} = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ , descrevem o campo eletromagnético no estado coerente. Tal estado também pode ser obtido de  $|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle$ , no qual  $\hat{D}(\alpha)$  é o operador deslocamento (unitário) [39],

$$\hat{D}(\alpha) = \exp[\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}]. \quad (6)$$

O estado coerente exhibe estatística Poissoniana  $g^{(2)}(0) = 1$ , mas não exhibe efeito de agrupamento e nem de anti-agrupamento, pois está no limiar entre estados clássicos e quânticos. Também não exhibe efeito de compressão do ruído nas quadraturas, nem tampouco exhibe anti-compressão, ou seja,  $\langle \Delta \hat{x}_1^2 \rangle = \langle \Delta \hat{x}_2^2 \rangle = 1/4$ . Mas o estado coerente é um estado de mínima incerteza. De acordo com o teorema de Hillery [40], todo estado puro que não for coerente é quântico.

## 3.2 Estados Não Clássicos

### 3.2.1 Estado de Número

O estado de número é auto-estado do operador  $\hat{n}$  (operador número de fótons)  $\hat{n}|n\rangle = n|n\rangle$ . Este estado é um dos “cavalos de batalha” da Óptica Quântica. A base formada pelos seus autovetores é muito utilizada para representar tanto vetores quanto operadores. O operador energia do Oscilador Harmônico, por exemplo, é diagonal nesta base. O estado de número exhibe o efeito não clássico de antiagrupamento de fótons  $g^{(2)}(0) = 1 - \frac{1}{N}$ , que é maior quanto menor for o valor de  $N$  ( $N > 0$ , inteiro) e também exhibe estatística sub-Poissoniana, independente de  $N$ . Contudo, esse estado não exhibe o efeito de compressão  $\langle \Delta \hat{x}_1^2 \rangle = \langle \Delta \hat{x}_2^2 \rangle = (2N + 1)/4$ , bastando exhibir um dos três efeitos para ser um estado não clássico. A proposta de preparação de um campo num estado de número foi anunciada em 1982, por Mandel [4], porém, sem sucesso. Outras propostas foram apresentadas posteriormente.

### 3.2.2 Estado Comprimido

Enquanto  $|\alpha\rangle$  é o autovetor do operador  $\hat{a}$ , o estado comprimido [41]  $|\beta\rangle = \hat{S}(z)|\alpha\rangle$  é o autovetor do operador  $\hat{b} = \mu \hat{a} + \nu \hat{a}^\dagger$ . Assim [42], temos  $\hat{b}|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle$ , no qual exige-se que a transformação seja canônica, isto é,  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = [\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1$ , o que acarreta  $|\mu|^2 - |\nu|^2 = 1$ . Note que, se  $\nu \rightarrow 0$ , temos  $\hat{b} \rightarrow \hat{a}$  e  $|\beta\rangle \rightarrow |\alpha\rangle$ . Enquanto tínhamos para  $|\alpha\rangle$ , a relação:

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle, \quad (7)$$

na qual  $\hat{D}(\alpha) = \exp[\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}]$  é o operador deslocamento (unitário) de Glauber, agora temos:

$$|\beta\rangle = \hat{S}(z)|\alpha\rangle, \quad (8)$$

onde  $\hat{S}(z)$  é o operador compressão (unitário) [42], dado por:

$$\hat{S}(z) = \exp[(z \hat{a}^{\dagger 2} - z^* \hat{a}^2)/2]. \quad (9)$$

Note, então, que

$$|\beta\rangle = \hat{S}(z)|\alpha\rangle = \hat{S}(z)\hat{D}(\alpha)|0\rangle \neq \hat{D}(\alpha)\hat{S}(z)|0\rangle, \quad (10)$$

uma vez que os operadores  $\hat{S}(z)$  e  $\hat{D}(\alpha)$  não comutam. Escrevendo  $z$  na forma polar  $z = r e^{i\theta}$ , temos a relação entre os parâmetros  $r$ ,  $u$  e  $\nu$ :

$$\mu = \cosh r \quad e \quad \nu = e^{i\theta} \sinh r \quad (11)$$

A Hamiltoniana geradora do efeito de compressão é quadrática em  $\hat{a}$  e  $\hat{a}^\dagger$ :

$$\hat{H} = \hbar \omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar \lambda (\hat{a}^2 + \hat{a}^{\dagger 2}), \quad (12)$$

sendo que a constante  $\lambda$  determina o acoplamento do campo com um meio material não-linear. Este acoplamento causa a compressão do campo.

### 3.2.3 Estado de Fase

Um outro estado não clássico do campo de radiação é o estado de fase,  $|\theta_m\rangle$ , complementar do estado de número. Estados de fase  $|\theta_m\rangle$ , bem como operadores fase, têm sido ingredientes polêmicos tanto na Mecânica Quântica quanto na Ótica Quântica, desde a proposta de Dirac em 1927. Dirac propôs [42] a relação de comutação para os operadores número e fase:

$$[\hat{\phi}, \hat{n}] = -i. \quad (13)$$

No entanto, a igualdade acima acarretava a relação de incerteza  $\langle \Delta \hat{n} \rangle \langle \Delta \hat{\phi} \rangle \geq 1/2$ . Então, para  $\langle \Delta \hat{n} \rangle \ll 1$  implicava  $\langle \Delta \hat{\phi} \rangle > 2\pi$ , isto é, uma incerteza na fase maior que  $2\pi$ , resultado este sem sentido físico. Em 1964, Susskind e Glogower (SG) [43] avançaram mais no assunto, introduzindo os operadores fase

$$\hat{U} = (e^{i\hat{\phi}})_{SG} = \hat{a} \frac{1}{\sqrt{\hat{n}}} = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \langle n+1|, \quad (14)$$

e

$$\hat{U}^\dagger = (e^{-i\hat{\phi}})_{SG} = \hat{a}^\dagger \frac{1}{\sqrt{\hat{n}}} = \sum_{n=0}^{\infty} |n+1\rangle \langle n|. \quad (15)$$

No entanto, tais operadores levavam aos seguintes problemas: o operador  $\hat{U} = e^{i\hat{\phi}}$  não era unitário, pois,  $\hat{U}\hat{U}^\dagger = 1$  e  $\hat{U}^\dagger\hat{U} = 1 - |0\rangle\langle 0| \neq 1$ , se  $e^{i\hat{\phi}}$  não era unitário, então  $\hat{\phi}$  não seria hermitiano. Um bom operador fase, deveria ser hermitiano, pois a fase é um observável e a mecânica quântica sempre associa observáveis a operadores hermitianos. Diante desta situação complicada cogitou-se abrir mão desse tradicional requisito, conforme o artigo de Levy-Leblond [44], intitulado: “Who is afraid of non-Hermitian operators?”. O problema foi contornado bem mais tarde, por Pegg e Barnett (PB) [45], os quais utilizaram o estado de fase truncado (limite superior finito):

$$|\theta_m\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+N}} \sum_{n=0}^N e^{in\theta_m} |n\rangle, \quad (16)$$

no qual

$$\theta_m = \theta_0 + \left( \frac{2\pi}{1+N} \right) m, \quad (m = 0, 1, 2, \dots, N) \quad (17)$$

sendo  $\theta_0$  uma fase de referência arbitrária. O operador fase foi então redefinido como

$$(e^{i\hat{\phi}})_{PB} = (e^{i\hat{\phi}})_{SG} + e^{i(1+N)\theta_0} |N\rangle\langle 0|, \quad (18)$$

sendo  $(e^{i\hat{\phi}})_{SG}$  o operador fase de Susskind-Glogower. Note que enquanto os operadores fase de SG são de levantamento e abaixamento, os de PB são cíclicos. A novidade introduzida por PB é o termo adicional na Eq. (18). Além disso, o procedimento de cálculo de valores esperados exige que as contas sejam feitas no espaço de Hilbert truncado, de dimensão finita  $N + 1$  e, ao final, se faça o limite  $N \rightarrow \infty$ .

## 4 Conclusão

A óptica quântica dispõe de uma riqueza de estados, um cenário ausente na óptica clássica. Uma vez que o campo eletromagnético possui uma certa analogia com osciladores, espera-se que efeitos não clássicos como aqueles estudados em óptica quântica possam também ser observados em osciladores mecânicos, atômicos, etc. Nesse sentido, uma investigação teórica tem sido feita há alguns anos, tanto para osciladores elétricos [46], como para átomos e íons aprisionados [47] em armadilhas magnéticas e magneto-ópticas [48]. A construção de estados genéricos foi assunto de recente pesquisa por Vogel *et al.* [49], denominada “Engenharia de Estados Quânticos”, significando a possibilidade de construção de estados quânticos arbitrários para o campo eletromagnético. É importante destacar que existem duas classes de estados: “estados em modos estacionários” e “estados em modos viajantes”. No caso de estados em modos estacionários, o campo é aprisionado numa cavidade, como aqueles estados produzidos por átomos que atravessam cavidades deixando ali seus fótons; no caso de estados em modos viajantes, são obtidos, por exemplo, de estados que surgem de um laser ou de um campo que atravessa um meio não-linear.

## 5 Agradecimento

Gostaria de agradecer ao Ardiley Torres Avelar, Heibbe Cristhian e Luciano Paulo de Araujo Maia, pelas sugestões oferecidas e pela leitura crítica deste texto.

## Referências

- [1] R. J. Glauber, Phys. Rev. **130**, 2529 (1963); R. J. Glauber, Phys. Rev. **131**, 2766 (1963).
- [2] H. J. Carmichael and D. F. Walls, J. Phys. **39**, 43 (1976); M. Dagenais, H. J. Kimble and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977); P. Michler *et al.*, Nature **406**, 968 (2000).
- [3] D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*, Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [4] L. Mandel, Opt. Lett. **4**, 205 (1979); R. Short and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **51**, 384 (1983); S. Brattke *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 3534 (2001); L. Davidovich, Rev. Mod. Phys. **68**, 127 (1996).



- [5] D. Stoler, Phys. Rev. D **1**, 3217 (1970); D. F. Walls, Nature **306**, 141 (1983); R. Loudon and L. P. Knight, J. Mod. Opt. **34**, 709 (1987); V. V. Dodonov, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **4**, R1 (2002).
- [6] W. P. Schleich and J. A. Wheeler, Nature **326**, 574 (1987).
- [7] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* p.543, Cambridge Univ. Press, NY, 1994.
- [8] E. T. Jaynes and F. W. Cummings, Proc. IEEE, **51**, 89 (1963); N. B. Narozhny, J. J. Sánchez-Mondragón and J. H. Eberly, Phys. Rev. A **23**, 236 (1981); G. Rempe, H. Walther and N. Klein, Phys. Rev. Lett. **58**, 353 (1987).
- [9] M. Freyberger and A. M. Herkommer, Phys. Rev. Lett. **72**, 1952 (1994).
- [10] W. H. Zurek, Phys. Today **44**, 36 (1991); M. Brune *et al.*, Phys. Rev. A **45**, 5193 (1992); H. P. Breuer *et al.*, Eur. Phys. J. D **14**, 377 (2001).
- [11] A. Aspect *et al.*, Phys. Rev. Lett. **49**, 1804 (1982); P. G. Kwiat *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4337 (1995); J. R. Torgerson *et al.*, Phys. Lett. A **204**, 323 (1995).
- [12] C. H. Bennett *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 1895 (1993); L. Davidovich *et al.*, Phys. Rev. A **50**, 895 (1994); A. Furusawa *et al.*, Science **282**, 706 (1998).
- [13] K. Mattle *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4656 (1996); Jian-Wei Pan *et al.*, Nature **410**, 1067 (2001); B. Julsgaard *et al.*, Nature **413**, 400 (2001); J. I. Cirac, Nature **413**, 375 (2001).
- [14] K. Vogel, V. M. Akulim and W. P. Schleich, Phys. Rev. Lett. **71**, 1816 (1993); A. S. Parkins *et al.*, Phys. Rev. A **51**, 1578 (1995); A. S. Parkins *et al.*, Phys. Rev. Lett. **71**, 3095 (1993); C. K. Law and J. H. Eberly, Phys. Rev. Lett. **76**, 1055 (1996); S. M. Dutra *et al.*, Phys. Rev. A **48**, 3168 (1993); S. M. Dutra and P. L. Knight, Phys. Rev. A **49**, 1506 (1994).
- [15] C. H. Bennett and D. P. DiVincenzo, Nature **404**, 247 (2000).
- [16] S. Wiesner, Signal News **15**, 78 (1983); A. K. Ekert, Phys. Rev. Lett. **67**, 661 (1991).
- [17] D. Bouwmeester *et al.*, Nature **390**, 575 (1997); D. Boschi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1121 (1998); L. Samuel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 3486 (2000).
- [18] S. Haroche, *In Fundamental Systems in Quantum Optics*, Les Houches, 1990, Ed. by J. Dalibard *et al.*, Elsevier, Sc. Publ. NY, 1992.
- [19] D. T. Pegg, L. S. Phillips and S. M. Barnett, Phys. Rev. Lett. **81**, 1604 (1998).
- [20] Ulf Leonhardt, Phys. Rev. Lett. **74**, 4101 (1995).
- [21] P. J. Bardroff, E. Mayr and W. P. Schleich, Phys. Rev. A **51**, 4963 (1995).
- [22] C. C. Gerry and P. L. Knight, Am. J. Phys. **65**, 964 (1997); B. T. H. Varcoe *et al.*, Nature **403**, 743 (2000).
- [23] M. Brune *et al.*, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996).
- [24] O. Stenernagel, Opt. Commun. **138**, 71 (1997); H. Saito, e M. Ueda, Phys. Rev. Lett. **79**, 3869 (1997); W. Leonski, Phys. Rev. A **54**, 3369 (1996); H. Walther, Phys. Scripta **86**, 27 (2000); G. M. D'Ariano *et al.*, Phys. Rev. A **61**, 053817 (2000).
- [25] R. E. Slusher *et al.*, Phys. Rev. Lett. **55**, 2409 (1985).
- [26] S. M. Barnett and D. T. Pegg, Phys. Rev. Lett. **76**, 4148 (1996).
- [27] M. H. Y. Moussa and B. Baseia, Phys. Lett. A **238**, 223 (1998);
- [28] G. Björk, L. L. Sánchez-Soto and J. Söderholm, Phys. Rev. Lett. **86**, 4516 (2001).
- [29] J. P. Paz, Nature **412**, 869 (2001).
- [30] Hanbury-Brown, R. W. Twiss, Nature **177**, 27 (1956).
- [31] F. T. Arechi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **20**, 27 (1966).
- [32] M. Dagenais, H.J. Kimble and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977).
- [33] R. Ragi, B. Baseia and V. S. Bagnato, Intern. J. Mod. Phys. B **12**, 1495 (1998).
- [34] M. S. Kim, F. A. Oliveira and P. L. Knight, Phys. Rev. A **40**, 2494 (1989); M. S. Kim, F. A. Oliveira and P. L. Knight, Phys. Rev. A **41**, 2645 (1990).
- [35] V. V. Dodonov, V. I. Manko and D. E. Nikorov, Physica **72**, 597 (1974); R. Ragi, B. Baseia and V. S. Bagnato Mod. Phys. Lett. B **13**, 131 (1999); J. M. C. Malbouisson and B. Baseia, J. Mod. Opt. **46**, 2015 (1999); R. Ragi, B. Baseia and S. S. Mizrahi, J. Opt. B., Quantum Semiclass. **2**, 299 (2000).
- [36] B. Baseia, M. H. Y. Moussa and V. S. Bagnato, Phys. Lett. A **240**, 277 (1998); B. Baseia, M. H. Y. Moussa and V. S. Bagnato, Phys. Lett. A **253**, 123 (1999).
- [37] B. Baseia and J. M. C. Malbouisson, Chin. Phys. Lett. **18**, 1467 (2001); J. M. C. Malbouisson and B. Baseia, Phys. Lett. A **290**, 234 (2001).

- [38] A. Vaglica, Phys. Rev. A **52**, 2319 (1995); B. Baseia *et al.*, Phys. Lett. A **194**, 153 (1994); B. Baseia *et al.*, Phys. Lett. A **200**, 7 (1995).
- [39] H. M. Nussenzveig, *Introduction to Quantum Optics*, Gordon & Breach, NY, 1973.
- [40] M. Hillery, Phys. Lett. A **111**, 409 (1985).
- [41] H. P. Yuen, Phys. Rev. A **13**, 2226 (1976).
- [42] P. A. M. Dirac, Proc. R. Soc. London, Ser A **114**, 243 (1927).
- [43] L. Susskind and J. Glogower, Physics **1**, 49 (1964).
- [44] J. M. Levy-Leblond, Ann. Phys. **1101**, 319 (1976).
- [45] D. T. Pegg and S. M. Barnett, Europhys. Lett. **6**, 483 (1988); J. Mod. Opt. **36**, 7 (1988).
- [46] B. Baseia *et al.*, Phys. Lett. A **170**, 311 (1992).
- [47] B. Baseia *et al.*, Quant. Opt. **6**, 731 (1994).
- [48] W. Paul, Rev. Mod. Phys. **62**, 531 (1990).
- [49] K. Vogel, V. M. Akulim, and W. P. Schleich, Phys. Rev. Lett. **71**, 3095 (1996).