DOI 10.53000/cpa.v11i22/23.760

ACTUALITÉ DE LA THÉORIE PYTHAGORICIENNE DE LA MUSIQUE

Joël FIGARI*

On attribue souvent à l'école de Pythagore une explication purement mathématique de la musique, qui semblerait avoir été définitivement dépassée par les progrès de la musique dans l'histoire. Mais Xénakis nous suggère au contraire que "nous sommes tous des Pythagoriciens". On s'aperçoit en effet qu'une reconstitution de la théorie musicale du pythagorisme ancien permet de renouer avec un esprit inventif, qui est aujourd'hui encore riche de potentialités conceptuelles et artistiques, aussi bien pour le philosophe que pour le compositeur.

ATUALIDADE DA TEORIA PITAGÓRICA DA MÚSICA

Resumo: Se atribui freqüentemente à escola de Pitágoras uma explicação puramente matemática da música, que pareceria ter sido definitivamente ultrapassada pelos progressos da música na história. Mas Xénakis nos sugeriu, ao contrário, que "nós somos todos pitagóricos". Percebemos, com efeito, que uma reconstituição da teoria musical do pitagorismo antigo permite reencontrar um espírito inventivo, que é hoje ainda rico de potencialidades conceituais e artísticas, tanto para a o filósofo como para o compositor.

---

* Docteur en philosophie à l'Université de Paris IV Sorbonne. Grenoble, décembre 2006.

"Nous sommes tous des pythagoriciens", disait Iannis Xenakis en 1979.[1] Autrement dit, tous les compositeurs de musique raisonnent en pythagoriciens dans la théorie musicale que leur œuvre manifeste, qu'ils en soient conscients ou inconscients. On comprendra aisément qu'une sentence aussi unilatérale puisse s'appliquer à la musique de Xénakis, qui fait notamment usage de la logique mathématique et symbolique, et qui rejoint par ce procédé la tradition pythagoricienne, dont le compositeur français hérite par ses origines grecques.

Mais pouvons-nous appliquer cette maxime, à la fois gnomique et programmatique, à tous les compositeurs, passés, présents et à venir? La logique mathématique est-elle l'instrument définitif de toute théorie musicale possible? L'apport de la théorie pythagoricienne de la musique est-il d'une telle importance, qu'aucun compositeur ne puisse concevoir sa musique sans se référer, d'une façon ou d'une autre, aux conceptions mathématiques qu'elle renferme?

On ne saurait répondre à ces questions sans expliquer ce que l'on entend par "théorie pythagoricienne de la musique". Si l'on élève cette question au rang théorique, il devient impossible de se contenter d'une réponse purement technicienne, qui réduirait la théorie pythagoricienne à la gamme dite "de Pythagore", c'est-à-dire à la gamme diatonique ou chromatique du solfège moderne, comprise dans le cadre de la tonalité et du tempérament égal[2], et dont le physicien n'aurait qu'à mesurer les écarts par rapport aux intervalles purs[3].

---

[1] Extrait d'une interview de I. Xenakis par Andrzej Chlopecki pour son programme *Kontrapunty*, enregistrée en octobre 1979 pour la Radio Polonaise 2. Le compositeur français, d'origine grecque, emprunte explicitement cette phrase à B. Russell, qui l'appliquait pour sa part à la logique moderne : nous avons ici la marque d'une transdisciplinarité bien comprise, et d'une universalité géographique qui répond à sa façon au problème de l'universalité musicale.

[2] Dans son article sur la "Gamme" (*Encyclopaedia Universalis*, Paris, 2002, t. 9, p. 1000-1003), M. Philippot remarque justement que la "gamme diatonique majeure" est une gamme qui est seulement "dite de Pythagore".

[3] Cf. J. Lattard, *Gammes et tempéraments musicaux*, Masson, Paris, 1988, pp. 9-20, "Gamme de Pythagore". L'auteur emploie des altérations (dièse, bémol) et des unités de mesure (savart,

C'est ici que l'histoire de la philosophie devient nécessaire, afin de resituer la théorie musicale pythagoricienne dans son cadre conceptuel d'origine, et de mieux distinguer en quoi elle forme un système global d'explication de la musique, et en quoi ce système est susceptible de se ramifier jusqu'à notre musique moderne.

Qu'appelle-t-on "théorie pythagoricienne de la musique"? En un sens très large, on pourrait nommer ainsi toute théorie du langage musical orientée par une réflexion de type mathématique, ou plus précisément de type arithmétique, et qui prendrait la forme d'une architecture logique d'intervalles, exprimés par des ratios de nombres; ces nombres représentent des longueurs de cordes ou de tuyaux dans la théorie musicale antique, et des fréquences dans la théorie moderne (la fréquence étant inversement proportionnelle à la longueur). La théorie pythagoricienne de la musique pourrait bien s'étendre, dans ces conditions, de Pythagore à Xénakis, en passant par Ptolémée, Boèce, Zarlino et bien d'autres!

Mais en un sens plus précis, on doit réserver cette appellation à la théorie de Pythagore lui-même, et de ses premiers disciples, en particulier des deux chefs de file qui succédèrent au maître, Philolaos à Crotone (avant la dispersion de l'école), puis Archytas à Tarente. L'enseignement de Socrate et de Platon marquent le *terminus post quem* d'une altération progressive de la philosophie pythagoricienne originelle. Si l'on s'intéresse donc au pythagorisme ancien, on ne peut plus se contenter de l'interpréter d'après son visage moderne de "doctrine des nombres" ou "arithmologie"[4].

comma de Holder) qui ne peuvent s'appliquer qu'à une musique largement postérieure au pythagorisme proprement dit. Toutefois le raisonnement reste valable, et vaut comme une illustration de ce que le pythagorisme a été capable d'engendrer à long terme.

[4] Terme forgé par A. Delatte, *Etudes sur la littérature pythagoricienne*, Paris, Champion, 1915, p. 139.

Le système philosophique de la musique ne saurait se réduire, dans le pythagorisme ancien pas plus qu' ailleurs, à une explication arithmétique de l'harmonie, figée en une architecture définitive. Car il lui faut aussi intégrer la notion de rythme, et articuler la science harmonique avec les autres domaines du savoir (acoustique, psychologie, éthique, etc.). Ne pouvant expliquer toutes ces questions dans le cadre de la présente étude[5] , nous nous contenterons de retracer la genèse et les principes de la théorie harmonique dans le pythagorisme ancien, afin d'en tirer quelques conclusions pour la théorie musicale en général.

1. Le cadre de référence : la gamme diatonique grecque

Quelques rappels sur la théorie de la musique grecque antique ne seront pas inutiles pour situer la pensée pythagoricienne. La structure de la musique grecque est déjà déterminée, à l'époque de Pythagore (VI^e^ s. av. J.C.), par le cadre des tétracordes (ensemble de quatre notes, pouvant être liées à des cordes) composant l'octave. L'octave, appelée *dia pasôn* (s.e. *dia pasôn chordôn harmonia*, "harmonie à travers toutes les cordes"), est l'unité de départ – le plus souvent représentée par une longueur de corde – qui peut être divisée en deux tétracordes, avec un intervalle interposé, appelé *diezeugmenon* (ton disjonctif).

En admettant que le tétracorde vaut une quarte, la question a été posée[6] de savoir si les deux tétracordes étaient joints ou disjoints, et formaient respectivement un heptachorde (ensemble de sept notes couvrant une octave

---

[5] Cf. C. Von Jan, *Musici scriptores graeci*, Teubner, Leipzig, 1895, p. 120-146; E. Frank, *Plato und die sogenannte Pythagoreer*, Niemeyer, Halle, 1923, p. 150-184 ; V. Capparelli, *La sapienza di Pitagora*, CEDAM, Padova, 2 t. (t. 1, 1941: p. 498-534; t. 2, 1944: p. 611-708); W. Burkert, *Lore and science*, Cambridge (Mass.), 1972, p. 369-400 ; L. Zhmud, *Wissenschaft, Philosophie und Religion im früheren Pythagoreismus*, Akademie Verlag, Berlin, 1997, p.181-201; J. Figari, *La philosophie pythagoricienne de la musique*, thèse de Doctorat, Université de Paris IV Sorbonne, 30 novembre 2002.

[6] J. Chailley, *La musique grecque*, Les Belles Lettres, Paris, 1979, p. 38 et 40.

"défective") ou un octochorde (ensemble de huit notes couvrant l'octave). Nous avons toutes les raisons de penser que les tétracordes étaient disjoints et remplissaient l'octave[7] d'une extrémité à l'autre, par la série descendante : [*hypate-parhypate-lichanos-mèse*] - [*paramèse-trite-paranète-nète*]. Cette série résulte de la gamme diatonique que les Grecs connaissaient déjà, grâce au cycle des quintes égyptien et chaldéen, et aux trois consonances fondamentales, *octave, quinte, quarte* (respectivement *dia pasôn, dia pente, dia tessarôn*), correspondant à ce que notre physique moderne nomme trois "sons purs" de la gamme, ou ses trois premiers "harmoniques".

Si nous nommons *T* le ton (*tonos*) défini par la soustraction de la quarte (4/3) à la quinte (3/2), soit 9/8, et *l* le reste (*leimma*) résultant de la soustraction de deux tons à la quarte, soit 256/243, la série diatonique "naturelle" de la musique grecque est définie par les intervalles suivants: *lTT-T-lTT*. Le tétracorde inférieur apparaît comme la translation du tétracorde supérieur, mais malgré cette similitude, les notes n'ayant pas la même position (*thesis*), ne remplissant pas non plus la même fonction (*dynamis*) dans la mélodie.

Ce cadre étant défini par des données naturelles et objectives, toute la question de la théorie musicale devient, pour les Grecs comme pour nous, de savoir comment "remplir les intervalles", pour reprendre l'expression de Platon dans le *Timée* (36 a). Ce remplissage n'est plus dicté par des données naturelles et acoustiques, mais par des données culturelles et par une théorie mathématique encourant toujours le risque de l'abstraction et l'impossibilité de donner naissance à des œuvres.

C'est ainsi que l'on considère souvent le pythagorisme comme une théorie purement mathématique de l'harmonie, n'ayant rien à voir avec la réalité musicale.

---

[7] Nous nous permettons de renvoyer ici à notre thèse déjà mentionnée, Partie II.2.3.5. Il paraît d'ailleurs difficile de donner un sens à l'idée d'une "octave défective".

Le choix culturel des Grecs consistant, de plus, à remplir uniquement les tétracordes, et à les remplir par des “notes mobiles” suivant des intervalles non tempérés, la théorie pythagoricienne apparaît de prime abord au profane comme doublement éloignée de la réalité musicale actuelle: éloignée de la musique grecque réelle, qui est elle-même éloignée de notre musique tempérée, de notre tonalité, de notre “harmonie” verticale, de notre contrepoint, etc.

Nous voudrions montrer que cette image est largement erronée, que la théorie pythagoricienne entretient des relations étroites avec la musique effective des Grecs, et qu’elle jette les linéaments d’une théorie musicale générale, pouvant intéresser notre “modernité”.

2. L’harmonie, unité du système musical

Toute la théorie musicale pythagoricienne repose sur le concept fondamental d’harmonie, *harmonia*, (et non seulement sur celui de nombre, comme on a coutume de le dire), lui-même lié à ce que nous appelons aujourd’hui l’octave, et que les Grecs appelaient *dia pasôn harmonia*. L’octave était conçue comme l’unité de départ, symbolisée par une corde de longueur quelconque, dont les divisions étaient susceptibles de produire tous les sons possibles du domaine sonore. Ainsi, l’octave (2/1) était considérée comme “la consonance par excellence”[8], puisqu’elle pouvait contenir tous les autres intervalles, consonants et dissonants (harmonie des contraires, essentielle au pythagorisme ancien[9]). Elle représente donc l’unité de référence, à partir de laquelle se réalise nécessairement l’unité du système des intervalles formant toute gamme possible. Plus un intervalle se rapprochera de l’unité exprimée par le rapport 2/1, plus il

[8] Cf. Archytas, fragment A 17.
[9] Cf. Philolaos, frg. B 6 et B 10.

sera conforme à l' "harmonie", c'est-à-dire plus il sera consonant (les Grecs disaient "symphoniques").

Il faut donc comprendre l'expression *dia pasôn harmonia* comme *l'étendue de l'harmonie à travers tout l'espace (diastema) des sons.* Ptolémée le remarquera justement : l'octave est la seule et première consonance "qui puisse contenir en elle-même la forme (*idea*) complète de la mélodie ; et c'est pourquoi, il semble, elle a été appelée *dia pasôn* et non pas *di octo* de la même façon que *dia pente* et *dia tessarôn*, qui sont nommées par dérivation du nombre de notes qui les comprennent"[10].

L'*harmonia* est, conformément à son principe cosmique, présente dans la totalité des sons pouvant exister et être conçus. Elle renferme le principe de leur assemblage. Expliquer l' *harmonia*, c'est mettre au jour, dans l'infinité des sons qu'elle renferme, l'infinité des combinaisons harmoniques qu'elle permet, et non seulement telle ou telle, qui serait déterminée par des longueurs de cordes ou par un nombre limité de relations proportionnelles.

Socrate semblait déjà familier avec cette idée d'une harmonie avançant d'un extrême à l'autre en passant par tous les intermédiaires[11]: "un accord musical entre haute, basse et moyenne, sans compter tels autres termes que l'on peut introduire entre ceux-là ; opérant la liaison de tout cela et, avec une multiplicité, nous faisant unité, tempérant, harmonisé"[12].

La définition des intervalles remplissant les tétracordes se faisait au moyen de *rapports épimores*, de forme *(n+1): n*, à l'*image* du *rapport multiple* 2/1. Philolaos[13] définit ainsi:

---

[10] Ptolémée, *Harmoniques,* III, 83 (Cf. A. Barker, *Greek musical writings*, Cambridge Univ. Pr., 1989, t. 2, p. 362).
[11] Cf. Platon, *République*, 432 a.
[12] Platon, *République,* 443 d-e.
[13] Cf. Philolaos, frg. B 6.

– la quarte (*syllabe*) comme rapport *épitrite* (4/3);

– la quinte (*dioxie*) comme *hémiole* (3/2);

– le ton, qui résulte de leur différence (4/3:3/2), comme *épogde* (9/8);

– la dièse du genre diatonique (*diesis*), comme différence entre un *épitrite* et deux *épogdes*, soit 256/243, qui n'est pas *épimore* mais résultante d'*épimores*;

– le *comma* du genre diatonique, comme différence d'un ton moins deux *dièses*, soit 1 *épogde* - 2 × (1 *épitrite* - 2 *épogdes*) : là encore une résultante d'*épimores*;

– l'étendue d'octave (*dia pason*), dans laquelle toutes ces subdivisions particulières s'inscrivent, comme double (2/1).

Que la *dièse* et le *comma* ne soit pas exprimés en rapports *épimores* mais, en particulier dans le genre diatonique, comme des restes (256/243 = *leimma*) subsistant après subdivision, signifie-t-il que nous n'avons pas là des consonances[14]?

W. Burkert remarque avec raison[15] que Philolaos adopte la même subdivision du tétracorde diatonique que Platon[16], soit de l'*hypate* à la *mèse* 256/243, 9/8, 9/8. Cette division n'est donc pas nouvelle, apparemment. Pourquoi donc Archytas (frg. A 16) en propose-t-il une autre, si ce n'est pour résoudre le problème du *leimma* 256/243 ? Les raisons avancées par Burkert pour disqualifier la subdivision d'Archytas ne sont pas acceptables.

---

[14] Nous employons intentionnellement le mot de "consonance", qui est le décalque latin du mot grec "symphonia". Il ne s'agit pas d'ignorer le fait que de nombreuses sources grecques font de la quarte la plus petite *symphonia* existante. Mais on n'irait pas très loin avec ce seul constat, qui nous bornerait à n'étudier que les intervalles de quarte, de quinte et d'octave. Or si la quarte est le plus petit cadre d'agencement des intervalles, il en résulte également que les intervalles qu'elle "contient" (tient ensemble / assemble / *syllabe*) sont les éléments de sa symphonicité. Réduire le terme de *symphonia* à la quarte revient, non à l'interdire pour les intervalles inférieurs, mais à mettre l'accent sur le rôle particulier du tétracorde, dont la fonction est d'unifier en un système les intervalles qui, autrement, seraient purement diaphoniques. Nous ne voyons donc pas de raison de douter de la synonymie entre *symphonia* et *consonantia*.

[15] W. Burkert, *Lore and science*, Harvard Univ. Pr., Cambridge [Mass.], 1972, p. 387, n. 4.

[16] Cf. Philolaos, frg. A 26, B 6 ; Platon, *Timée*, 36 a-b.

3. La composition harmonique des tétracordes Archytas

Il semble, au contraire, qu'Archytas ait cherché à intégrer le rapport 256/243, non épimore, dans un rapport épimore qui permette de conserver, *approximativement et pour l'oreille*, une impression de consonance à peu près conforme à l'habitude auditive exprimée par la subdivision platonicienne. Archytas ne procède pas empiriquement, et n' "accepte" pas par commodité une subdivision non pythagoricienne[17], mais il refuse d'en rester à la subdivision acceptée par Platon et Philolaos, qui produit un *leimma* non épimore. Autrement dit, Archytas cherche à faire progresser certains résultats du pythagorisme en fonction des principes pythagoriciens eux-mêmes.

Ptolémée critique la détermination du genre chromatique par Archytas[18], sous prétexte que la *lichanos* ne forme pas un rapport épimore, ni avec la *mèse* (32/27) ni avec la *parhypate* (243/224). W. Burkert cite justement Ptolémée[19] dans le souci de disqualifier Archytas. Mais quelle était l'intention d'Archytas ? Il serait temps de l'expliquer. Voici sa définition du tétracorde chromatique[20]:

Hypate	28		
Parhypate	27	243	
Lichanos		224	32
Mèse			27

La justification avancée par Ptolémée n'est pas "curieuse", comme le dit Burkert, mais parfaitement logique: "Archytas obtient le deuxième ton [*lichanos*]

---

[17] Burkert, op. cit., p. 389, n. 17.
[18] Cf. Barker, op. cit., p. 304-305.
[19] Burkert, op. cit., p. 387.
[20] Il nous semble important de présenter les diagrammes conformément à l'habitude antique, en partant de l'*hypate* (considérée comme supérieure) et en *descendant* vers la *nète* (cf. H. Potiron,

dans le genre chromatique à l'aide du ton qui a la même situation [*lichanos*] dans le genre diatonique ; car il dit que le deuxième ton en partant du haut[21] dans le genre chromatique aurait avec son correspondant dans le genre diatonique le rapport 256/243"[22].

Archytas ne cherche pas à importer un élément étranger du genre diatonique vers le genre chromatique. Il calcule simplement la *lichanos* chromatique en ajoutant un *leimma* à la *lichanos* diatonique. Ce calcul a pour effet de situer le *leimma*, non pas entre la *parhypate* et l' *hypate* comme chez Platon et Philolaos - ce qui en ferait un intervalle problématique et non épimore - mais juste au-dessus de la *lichanos* chromatique, et composant, avec un ton diatonique, l'intervalle entre *lichanos* et *mèse* dans le genre chromatique.

Le *leimma* cesse alors d'être un intervalle problématique, et retrouve sa fonction de "reste" résultant d'une subdivision. Les tétracordes nouvellement définis par Archytas se trouvent alors dans une symétrie parfaite autour de la *lichanos* (compte non tenu de la *parhypate*):

Genre chromatique		Genre diatonique
	Hypate	
1 ton		1 ton + 1 *leimma*
	Lichanos	
1 ton + 1 *leimma*		1 ton
	Mèse	

Boèce théoricien de la musique grecque, Bloud & Gay, Paris, 1954, p. 56-57 : réf. à Nicomaque, Meib. 6). Nous adopterons cette présentation dans tous les cas, même si elle gêne certaines mauvaises habitudes.

[21] "en partant du haut": c'est-à-dire de l' *hypate* (littéralement : le son "supérieur").

[22] Ptolémée, *Harmoniques,* 31 (Barker p. 304).

Une telle division est déjà satisfaisante, dans la mesure où, entre l'*hypate* et la *lichanos*, le genre chromatique est plus resserré que le diatonique. Mais Archytas ne s'arrête pas là, car il modifie la division philolaïque du genre diatonique entre *hypate* et *lichanos*, de façon à transformer l'intervalle (1 ton + 1 *leimma*) en une nouvelle composition de rapports purement épimores :

Hypate	28	
Parhypate	27	8
Lichanos	7	

Il est facile de vérifier alors[23] que (28/27) × (8/7) = (9/8) × (256/243).

Quant au genre chromatique, il peut également être composé, grâce à la nouvelle anthyphérèse d'Archytas, avec des rapports purement épimores. Comme le montre A. Barker[24], la composition du tétracorde ne se fait pas seulement dans l'ordre *mèse-lichanos-parhypate-hypate*, mais aussi dans un ordre inversé[25], ou en partant d'un intermédiaire au lieu d'une extrémité.

L'important semble être de pouvoir établir des rapports épimores entre tous les termes du tétracorde. Dès lors, le problème de la *lichanos*, que soulève Burkert, s'évanouit de lui-même, puisque la position de la *lichanos* est parfaitement déterminée par des rapports épimores, même dans le genre chromatique[26].

---

[23] Voici un calcul possible :
(28/27) ´ (8/7) = [(4´7) / (3´9)] ´ (8/7)
= (4´7) ´ (9/3) ´ (8/7)
= (8´4) ´ (9/3)
= (4/3) / (9/8)
= 1 quarte moins 1 ton
= (9/8) × (256/243).

[24] A. Barker, op. cit., t. 2, p. 47.

[25] Cf. aussi Philolaos, B 6.

[26] A. Barker reconstruit même l'octave, dans les trois genres, à partir des huit premiers rapports épimores, dont les nombres restent inférieurs à 10 et appartiennent donc à la décade ("Three

En effet, l'*hypate* est distante d'un ton (243/224´28/27 = 9/8) par rapport à la *lichanos* chromatique, et de 28/27 par rapport à la *parhypate* (aussi bien diatonique que chromatique).

Ainsi, dans le genre chromatique, la consonance entre la *lichanos* et la *parhypate* s'obtient en passant par l' *hypate*, et inversement, la consonance entre la *lichanos* et la *mèse* s'obtient en passant par la *parhypate*.

Ces indications déterminent directement une nouvelle façon de composer et de jouer la musique dans le genre chromatique. Ce nouveau style peut être jugé consonant dans la mesure où il est entièrement composé de rapports épimores, comme le résume le tableau suivant (*voir figure ci-dessous*).

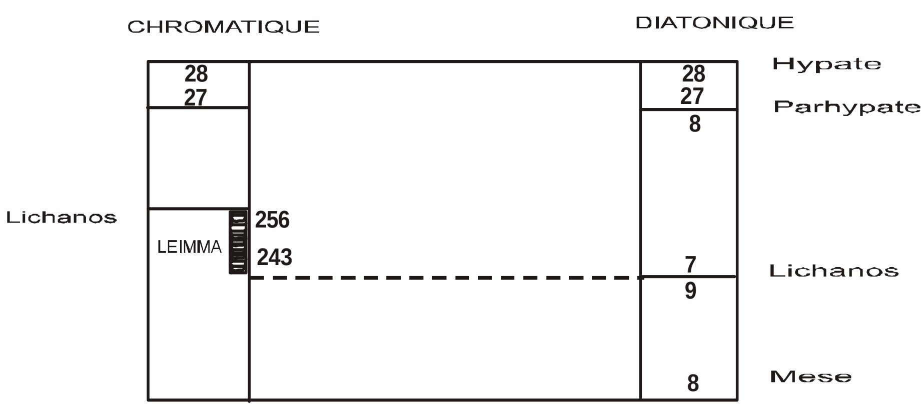

Figura 1 : Construction du genre chromatique suivant Archytas.

approaches to canonic division », in Mueller, *Peri tôn mathematôn*, 1992, p. 73-74). Cette reconstruction est une déduction assez rigoureuse pour servir de confirmation au témoignage de Ptolémée, qui ne mentionne et n'explique cependant que des rapports dont les termes sont *supérieurs* à 4.

On peut conclure que la *lichanos* chromatique n'est dissonante que par rapport à la *mèse* et à la *parhypate*, mais qu'elle est consonante avec l'*hypate* , et qu'elle joue un rôle indispensable dans la composition du tétracorde chromatique. En étant supérieure d'un *leimma* par rapport à la *lichanos* diatonique, elle resserre le tétracorde vers l'*hypate*, et donne de ce fait sa "couleur" au genre "chromatique". Sa "dissonance" relative par rapport à ses voisins immédiats trouve sa "résolution" dans l'harmonie complète du tétracorde.

Ainsi Archytas n'a aucunement dérogé au principe d'harmonisation de l'espace sonore par le moyen de rapport épimores. Mais l'harmonisation n'empêche pas à la dissonance (i.e. consonance moindre) d'apparaître, suivant le jeu du musicien ou la fantaisie du compositeur : ceux-ci prennent alors la responsabilité d'introduire des modulations, au moyen de la *lichanos*, dans la mélodie chromatique.

La théorie harmonique d'Archytas donne effectivement au compositeur et à l'interprète de musique plusieurs moyens utilisables en pratique. Il est utile d'y revenir ici. Ce n'est pas la réalisation du genre diatonique qui pose le plus de problèmes, puisqu'Archytas supprime le *leimma* de Philolaos, qui équivaut à un demi-ton dissonant pour l'oreille, et utilise ce "reste mathématique" pour effectuer une nouvelle composition, assez simple, de rapports consonants.

Mais c'est dans le genre chromatique, plus subtil, que le compositeur et le musicien ont besoin d'une aide méthodique. C'est pourquoi Archytas propose pour ce genre une sorte de "méthode logique" utilisable en pratique. Sa composition du tétracorde chromatique l'ayant amené à définir la position thétique de la *lichanos*, et celle-ci s'avérant peu consonante par rapport à la *mèse* et à la *parhypate*, il en résulte que le compositeur-interprète qui passerait directement de la *mèse* ou de la *parhypate* à la *lichanos*, ou par le chemin inverse, introduirait une relative dissonance dans sa composition. On peut donc résumer en un schéma tout à fait pratique la *méthode de composition chromatique* selon Archytas (*voir figure ci-dessous*).

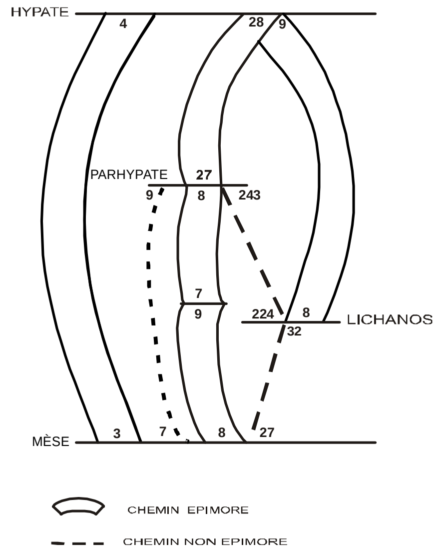

Figura 2 : Méthode de composition chromatique d'Archytas

Le compositeur et l'interprète n'auront plus qu'à utiliser le chemin le plus consonant (rapports épimores) et à éviter le chemin le moins consonant (rapports non épimores), s'ils veulent privilégier l'harmonie. Mais ils peuvent aussi utiliser un chemin relativement dissonant pour effectuer des métaboles entre genres (équivalent de nos "modulations" entre modes ou tonalités), ou tout simplement pour évoquer la dissonance en elle-même, dans un but expressif.

Il se pourrait bien qu'Archytas ait ainsi conçu une méthode pratique dans chaque genre, de sorte, comme le dit Ptolémée, à "sauver le chemin suivant le *logos*", - c'est-à-dire à permettre la réalisation d'une musique toujours conforme au principe d'harmonie exprimé par les *logoi* épimores.

Dans la même perspective d'une consonance parfaite à l'oreille, il indique, comme nous l'avons vu, une échelle de consonance, qui permet aux musiciens de savoir quel effet harmonique ils vont produire dans leurs compositions en utilisant tel ou tel intervalle.

Philolaos

Quant à Philolaos, a-t-il échoué à définir l'harmonie du tétracorde diatonique, parce qu'il a fait du *leimma* son intervalle inférieur non épimore? Il faut éviter ici toute conclusion hâtive.

Si l'on en croit Boèce[27], Philolaos définit le *leimma* diatonique 256/243 comme une *diesis*, au moyen de laquelle il cherche ensuite à subdiviser encore le ton 9/8, - de façon, sans doute, à trouver dans la *diesis* l' "unité de mesure" dont parle Aristote. Dans ce but, Philolaos exprime le ton 9/8 sous la forme 27/24. Comme il s'agit ici d'un intervalle entre deux sons, il est possible de considérer 27 comme la mesure de la corde vibrante, dont on recherche la subdivision.

La dimidiation du ton étant impossible, la division qui s'en approche le plus consiste à diviser 27 en 13 et 14 (expression épimore d'une harmonie au sein même du ton). Philolaos considère 14 comme l'*apotomé* (division supérieure à la moitié), 13 comme la *diesis* (division inférieure à la moitié), et appelle *comma* la différence entre *apotomé* et *diesis* (14-13= 1). Le *comma* étant d'une taille négligeable pour l'audition, il devient possible alors de diviser le ton en deux

---

[27] Cf. Philolaos, A 26 et B 6. Boèce reprend de façon logique les acquis de l'école philolaïque et d'Aristoxène. Même si ses calculs sont ceux d'un monocordiste et d'un néo-pythagoricien visant la valeur thétique des sons, ils expliquent par des raisons mathématiques le principe d'unité des tétracordes, et ce principe mathématique est bien pythagoricien. Il s'accorde avec les sensations.

dieseis, avec un reste quasi-inaudible de deux *commata* (alors qu'il est impossible de diviser le ton, 27, en deux fois l'*apotomé*, 14). Dans ces conditions, la *diesis* peut acquérir, par approximation auditive, la valeur d'un demi-ton.

Le *leimma* 256/243 présente justement cet écart de 13 unités, et peut donc être considéré comme le demi-ton ou *diesis* diatonique chez Philolaos et Platon. Le procédé de calcul utilisé par Boèce est arithmétique ; nous verrons que les premiers Pythagoriciens utilisaient plutôt un procédé géométrique[28]. Mais sa conclusion reste très proche de Philolaos et du *Timée*: dans le genre diatonique, le *leimma* vaut un demi-ton.

C'est pour cette raison qu'Aristoxène, d'habitude intransigeant contre les intervalles auditivement irréalisables, accepte sans discussion la définition philolaïque (qui suppose une audition réelle, faisant abstraction de deux *commata*) : "la quarte est de deux tons et demi"[29]. Il ajoute que le demi-ton (diatonique) est mélodique, autrement dit, harmonique ; on peut expliquer cette remarque par le fait que la *diesis* est en harmonie avec le ton, par l'intermédiaire de sa liaison épimore avec l'*apotomè*. L'exigence d'unité harmonique est donc bien réalisée par Philolaos comme par Archytas.

Aristoxène admet également (*ibidem*) une *diesis* chromatique valant un tiers de ton, et une *diesis* enharmonique d'un quart de ton parmi les "intervalles mélodiques", mais considère que tous les intervalles plus petits que ceux-là doivent être traités comme non mélodiques[30]. La *diesis* serait donc l'ultime

---

[28] Suivant ce calcul, on obtient la valeur exacte de l' *apotomè*, et non la simplification arithmétique qu'en donne Boèce (qui apparaît d'autant plus comme un monocordiste, par opposition). *apotomè* = ton/*dièse* = 9/8:256/243 = 2187/2048. Cette valeur s'explique par l'anthyphérèse utilisée par Philolaos. Cf. A.-G. Wersinger, "Les mesures de l'infini (remarques sur la musique grecque ancienne)", *Philosophie*, N° 59, Paris, 1998, p. 73, note 21.
[29] Aristoxène, *Elementa harmonica*, 46 (cf. Barker, op. cit., p. 160).
[30] Id., ibid., 21, (Barker p. 140).

intervalle harmonieux de la subdivision de l'octave, et pourrait à ce titre être considérée comme une unité de mesure élémentaire, ainsi que le suggérait déjà Aristote.

N'avons-nous pas affaire ici à une idée fort ancienne? Il est raisonnable de conclure, à partir de ces témoignages remontant jusqu'au IV^e s. av. J.C., qu'une telle théorie appartenait déjà à Philolaos.

Cependant il faut éviter ici une erreur grossière, dont nous prévient Aristoxène[31], et qui consisterait à confondre le calcul mathématique et son application audible. Le calcul de Philolaos tel que la tradition nous l'a transmis devient totalement faux si on le transforme en longueurs de cordes, car le rapport 27/13 serait dans ce cas-là plus proche de l'octave que du demi-ton! Il reste donc à effectuer un calcul supplémentaire pour placer dans le ton réel 9/8 une nouvelle échelle de 27 degrés.

Autrement dit, d'une corde longue de huit unités, à une corde longue de neuf, il y a un ton entier, à subdiviser en 27 segments, dont la treizième extrémité donnera la *diesis*, et la quatorzième l'*apotomè.* Pour réaliser une échelle de nombres unique, une règle (*gnomon*) évitant les erreurs de mesures dans la facture instrumentale, il est possible de prendre alors l'échelle suggérée à mots couverts par Boèce[32]. En partant de l' *hypate*, à laquelle on compose deux tons après le demi-ton diatonique, on obtient les valeurs suivantes pour le tétracorde supérieur :

[31] Id., ibidem, 46.
[32] Cf. Philolaos, A 26.

256 Hypate

diesis 256/243

243 Parhypate

ton 9/8

216 Lichanos

ton 9/8

192 Mèse

Ces nombres ne sont que des nombres de mesure, et peuvent être ramenés à des rapports épimores par le calcul. C'est le cas même pour la *diesis* située entre 256 et 243 (*leimma*), car elle entretient un rapport épimore de 9/8 (distance de 27 degrés) avec la *diesis* située immédiatement après 243 (*apotomè*).

3. Superparticularité et moyenne harmonique chez Archytas

La subdivision des tétracordes d'Archytas peut ainsi être exprimée par une échelle de nombres, ou succession de longueurs de cordes (qui correspond aux proportions déjà mentionnées). Les tétracordes sont alors agencés de façon différente suivant les trois genres d'harmonie (enharmonique, chromatique, diatonique). En suivant le témoignage de Ptolémée[33] , on peut obtenir les valeurs suivantes, où seule la *lichanos* est amenée à changer de position[34]:

---

[33] Cf. Archytas, A 16.

[34] Même tableau chez Boèce, V, 17 (cf. Bower et Palisca, *Fundamentals of music,* London, 1989, p. 178), qui reprend Ptolémée et confirme ses analyses.

	Enharmonique	Chromatique	Diatonique
Hypate	2106 (ou 112)[35]	2016 (ou 252)	2016 (ou 224)
Parhypate	1944 (ou 108)	1944 (ou 243)	1944 (ou 216)
Lichanos	1890 (ou 105)	1792 (ou 224)	1701 (ou 189)
Mèse	1512 (ou 84)	1512 (ou 189)	1512 (ou 168)

On remarque que Ptolémée ne fait figurer dans son tableau que les plus grands multiples communs entre les genres, mais que ceux-ci pourraient être remplacés par des nombres plus petits quand on s'attache à un seul genre. Il suffirait en fait de déplacer une règle graduée allant de 168 à 252 (soit 84 degrés) pour pouvoir mesurer tous les intervalles.

Philolaos semble avoir également calculé ses intervalles suivant une telle échelle, et certains degrés se retrouvent à des places différentes chez Archytas et chez Philolaos. Archytas n'a fait que suivre une habitude de l'école pythagoricienne, en cherchant de nouveaux intervalles par décalage d'une échelle communément admise (avant qu'il ne la modifiât lui-même). L'intérêt de la présentation homogène choisie par Ptolémée est de pouvoir représenter de façon géométrique les modifications effectuées d'un genre à l'autre, comme le montre le schéma suivant (*voir figure ci-dessous*).

[35] On peut également construire la même échelle, en allant de l' *hypate* à la *mèse*, avec la série 224, 216, 210, 168.

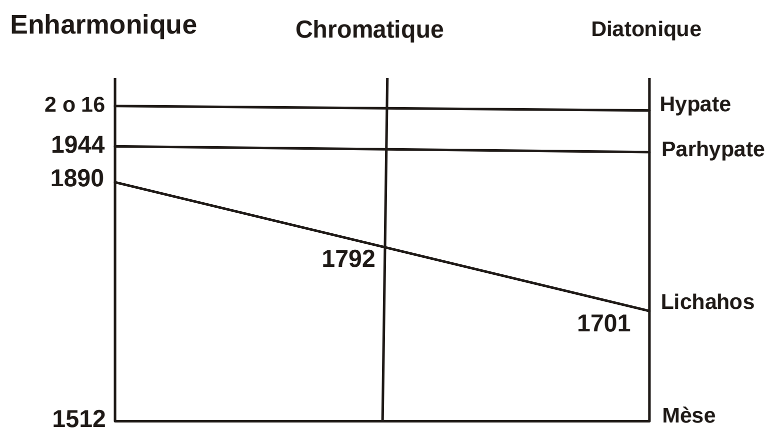

Figura 3 : Représentation géométrique des trois genres chez Archytas

Cette représentation géométrique nous met sur la voie d'une explication globale des genres. Non seulement le genre chromatique est obtenu à partir du genre diatonique, comme le dit explicitement Ptolémée, mais on peut supposer de même que le genre enharmonique est construit à partir du genre chromatique. Cette construction n'a été remarquée par aucun commentateur, à notre connaissance, et pourtant elle semble s'imposer.

Une représentation de même type, appelée *hélicon* par Ptolémée et Aristide Quintilien, sert également à construire géométriquement le cadre de l'octave correspondant à la série 6-8-9-12, au moyen d'un carré. Les deux cordes intermédiaires entre la *nète* (IH) et l'*hypate* (AE), c'est-à-dire 8 (JG) et 9 (KF), sont construites au moyen de la diagonale (DE) et de la sécante (AI) [36]:

[36] Cf. F. Duysinx, *Aristide Quintilien. La musique*, Droz, Paris, 1999, p. 184, note 2. La droite (BF) coupe la diagonale (DE) en son milieu, car (AB) = (BD) et (EF) = (FH). Par ailleurs, (DI) = (IH).

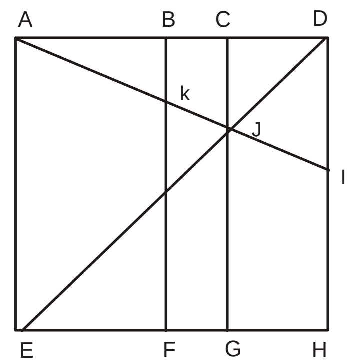

Figura 4

Quant aux tétracordes d'Archytas, on y observe que la seule note véritablement mobile est la *lichanos*, comme le met en évidence sa pente descendante dans le schéma. Or, pour passer du diatonique au chromatique, la *lichanos* passe de 1701 à 1792, et augmente par là d'un *leimma* (256/243). Ptolémée le dit clairement. Il ne dit pas ensuite comment la *lichanos* passe du chromatique à l'enharmonique, mais à regarder le schéma, on a l'impression que le procédé est exactement le même.

Partons donc de la *lichanos* chromatique, soit 1792, et ajoutons un *leimma* (256/243). Nous obtenons alors 1792 × 256/243, soit exactement 1887,868312. Cette valeur est très proche de la valeur 1890 indiquée par Ptolémée, dont elle ne s'écarte que par un intervalle infime, inférieur au *comma*, et même au *schisme* mentionné par Boèce[37].

En ajoutant très peu d'unités, sans doute par tâtonnement, Archytas arrivait ainsi à poser la *lichanos* sur 1890; cette approximation très fine était sans aucun

[37] Cf. Philolaos, B 6.

doute totalement inaudible, et c'est donc parce que l'oreille l'autorisait qu'Archytas se l'est permise[38]. Elle était de plus extrêmement satisfaisante pour la construction harmonique du genre enharmonique, entièrement construit sur des rapports épimores.

Reste à expliquer l'origine de l'intervalle inhabituel de 28/27, proposé par Archytas entre l'*hypate* et la *parhypate* dans les trois genres. Ptolémée reproche à cet intervalle de contredire l'évidence sensible[39], pour laquelle le genre chromatique exige un intervalle plus grand que 28/27, et le genre enharmonique un intervalle plus petit. Il considère comme habituel pour l'audition[40]:

- genre diatonique: le *leimma* philolaïque ou l'intervalle 12/11;
- genre chromatique: 22/21;
- genre enharmonique: 46/45.

Pourquoi donc Archytas a-t-il supprimé toutes les différences concevables pour l'intervalle inférieur des tétracordes, et retenu uniquement 28/27? Est-ce nécessairement en contradiction avec l'audition?

On pourrait penser qu'il serait parti du tétracorde diatonique défini par Philolaos (ton + ton + *leimma*), et qu'en déplaçant deux fois la *lichanos* d'un *leimma*, il aurait finalement obtenu dans le genre enharmonique un intervalle de [1 ton + 2 *leimmata*] entre la *mèse* et la *lichanos*, ce qui aurait laissé une *apotomé* entre la *lichanos* et l'*hypate*. En suivant le témoignage de Boèce sur Philolaos[41], l'*apotomé* aurait pu être divisée à son tour en (1 *leimma* + 1 *comma*), et le

[38] Ce faisant, il était certainement conscient de faire un progrès, et d'avoir encore des progrès à faire : le pythagorisme est un esprit de recherche plus qu'une doctrine éternelle.
[39] Cf. Barker, op. cit., p. 305.
[40] Cf. Barker, o. cit., pp. 314, 319, 347.
[41] Cf. Philolaos, A 26.

rapport 28/27 aurait alors exprimé, non pas une division, mais une différence, exprimant l'excès d' un *comma* par rapport au ton.

Mais en réalité, ces calculs sont faux, et on ne parvient pas à obtenir par là le rapport 16/15 indiqué par Ptolémée (36/35 × 28/27 = 16/15) entre l' *hypate* et la *lichanos* enharmonique. Archytas s'est donc séparé finalement du tétracorde diatonique de Philolaos dont il avait tout d'abord retenu les intervalles.

Winnington-Ingram (1932) et Düring (1934) proposent une autre hypothèse[42] : Archytas aurait obtenu le rapport 28/27 à partir d'une hypothétique "hyperhypate", inférieure d'un ton (9/8) par rapport à l'*hypate* et d'une "petite tierce diminuée" (7/6) par rapport à la *parhypate*. Cette "hyperhypate" serait l'équivalent de la *mèse* située en-dessous du tétracorde *diezeugmenon*, et la *mèse* aurait effectivement un rapport de 7/6 avec la *trite*.

Mais le problème de cette interprétation est que Ptolémée ne mentionne pas de tétracorde *diezeugmenon*, et qu'Archytas semble définir l'agencement diastématique des trois genres de tétracordes de façon purement intrinsèque, en suivant des procédures harmoniques et non pas des références extérieures. De plus, la "petite tierce diminuée" est une notion moderne, qu'il serait suspect d'introduire dans la musique grecque.

P. Tannery évoquait déjà (en 1902)[43] cet expédient d'une tierce minime (7/6) et d'un ton maxime (8/7) pour expliquer le curieux rapport 28/27. Mais il proposait pourtant une hypothèse plus sérieuse[44], que B.L. van der Waerden confirma plus tard[45], et qui ne semble guère avoir été dépassée aujourd'hui encore.

---

[42] R.P. Winnington-Ingram, *Classical quarterly* 26 (1932), p. 195-208 ; Düring, *Ptolemaios und Porphyrios über die Musik*, Göteborg, 1934, p. 251.

[43] Cf. M. Timpanaro-Cardini, *Pitagorici,* La Nuova Italia, Firenze, 1958-1964, t. II, p. 317-318, notes.

[44] P. Tannery, *Mémoires scientifiques*, Paris, 1912-1929, t. III, p. 105.

[45] Van der Waerden, "Die Harmonielehre der Pythagoreer", *Hermes*, t. 78, 1943, p. 185-186.

Archytas aurait obtenu la quarte et la quinte grâce aux moyennes arithmétique et harmonique de l'octave, et aurait procédé de même pour la subdivision des tétracordes.

Dans cette hypothèse, le rapport 28/27 est en effet parfaitement expliqué. Philolaos avait divisé le tétracorde diatonique en faisant de la *lichanos* la moyenne arithmétique entre la *mèse* et la *parhypate* (séparées d'un diton). Archytas, qui considérait comme essentiel le calcul des moyennes en musique[46], pouvait très bien accepter la définition de Philolaos, tout en la complétant par le calcul de la moyenne harmonique.

Or, de la *mèse* à la *lichanos* diatonique, on passe de 8 à 9. Si on considère 8 comme le petit terme (Pt), 9 comme le moyen terme (m) harmonique, et Gt comme le grand terme, alors on a:

Gt/8	= (Gt-9)/(9-8)
Gt/8	= (Gt-9)
(8Gt-Gt)/8	= 9
7/8 Gt	= 9
Gt	= 9 × 8/7
Gt	= 72/7

Le rapport de la *parhypate* à la *lichanos* devient alors Gt/m= (72/7) / 9 = 8/7, soit exactement le rapport indiqué par Archytas. Le rapport 28/27 entre la *parhypate* et l'*hypate* s'obtient ensuite, tout naturellement, comme le reste nécessaire pour composer la quarte, suivant le calcul indiqué par Ptolémée : 9/8 × 8/7 × 28/27 = 4/3.

[46] Cf. Xénophile, frg. 2.

A partir de là s'expliquent également les tétracordes chromatique et enharmonique, qu'Archytas a construits seulement par un déplacement de la *lichanos* vers le bas, degré par degré, c'est-à-dire *leimma* par *leimma*, ou autrement dit, *diesis* par *diesis*[47] (s'il partageait ici, comme c'est possible, la terminologie de Philolaos): les rapports 243/224 et 36/35 ne sont que les restes nécessaires pour combler la quarte, entre *lichanos* et *parhypate* déjà positionnées, après utilisation du *leimma* et de la moyenne harmonique.

Archytas a donc composé harmoniquement les trois tétracordes, sans décider arbitrairement d'aucun intervalle, mais toujours en utilisant des procédés mathématiques exprimant l'idée d'harmonie. Chaque tétracorde peut être expliqué complètement par des rapports épimores, même si dans le genre chromatique la *lichanos* introduit la *possibilité* d'une dissonance (que l'on peut cependant éviter dans les compositions mélodiques).

L'obtention de ces rapports épimores a été permise par l'utilisation de la moyenne harmonique ; celle-ci a permis de supprimer la dissonance du *leimma* dans le diatonique de Philolaos, calculé à partir de la moyenne arithmétique. Peut-être Archytas a-t-il également calculé la subdivision des tétracordes en utilisant la moyenne géométrique, mais il ne nous en reste aucune trace.

4. Archytas empiriste et Philolaos dialecticien?

La construction d'Archytas paraît donc plus efficace que celle de Philolaos. Faut-il en déduire qu'Archytas a pu expliquer la musique audible grâce à une méthode empirique, tandis que Philolaos aurait préféré une méthode purement logique? Le *Timée* de Platon inciterait en effet à le penser: il inclut la définition

[47] Comme le suggérait Aristote (cf. *supra*), la *diesis* joue donc bien, pratiquement, le rôle d'une unité de mesure élémentaire dans la construction des tétracordes.

philolaïque du genre diatonique dans la composition dialectique de l'âme du monde[48]. C'est pourquoi W. Burkert (1962) considère Platon comme un témoin fidèle de Philolaos et du pythagorisme. Il est même possible de voir dans la *République* une critique contre la méthode empirique d'Archytas[49]. Mais qu'en est-il en réalité?

L'immense majorité des commentateurs s'accordent pour dire qu'Archytas a tenu compte de l'audition, et qu'il lui a adapté ses calculs. Mais la conclusion qu'on en tire généralement est qu'Archytas a procédé de façon "empirique", et qu'ainsi il tombe sous le reproche adressé par Platon à certains Pythagoriciens. E. Frank (1923) va jusqu'à dire qu'on ne trouve chez Archytas "aucune trace d'une spéculation numérique *a priori*", et que ses rapports numériques résultent uniquement de mesures empiriques[50] ...

B.L. van der Waerden (1943) a heureusement rectifié cette interprétation infondée. Mais W. Burkert (1972), qui reconnaît une "construction arithmo-théorétique" de la musique chez Archytas, réduit cependant celle-ci à "quelques données d'expérience et quelques postulats spéculatifs qui sont élaborés logiquement ensuite, sans s'intégrer à un système complet", voire à un "simple jeu de nombres"[51]. Il en déduit que les fragments harmoniques d'Archytas sont inauthentiques (espère-t-il sauver par là un Archytas authentique mais disparu?), et que le véritable pythagorisme est représenté par Philolaos et Platon.

Nous avons montré qu'il n'en est rien, et qu'Archytas accomplit très logiquement dans les tétracordes l'exigence d'unité harmonique, authentiquement pythagoricienne. Qu'il tienne compte en même temps des données acoustiques, de la composition musicale et du jeu des musiciens, n'est pas une preuve d'anti-

[48] Platon, *Timée*, 36 a-b.
[49] Platon, *République,* 531 a-b. Cf. A.-G. Wersinger, loc. cit., p. 78.
[50] E. Frank,op. cit., p. 166 et 266.
[51] W. Burkert, op. cit., p. 386.

pythagorisme, mais le signe d'un pythagorisme accompli, qui recherche de façon systématique une concordance entre la science harmonique et l'harmonie audible.

On peut même repérer à partir de cette science harmonique des procédés de composition effectivement utilisés dans la musique grecque, par exemple le genre enharmonique dans l' *Oreste* d'Euripide[52]. Les très fines approximations d'Archytas permettent, nous l'avons vu, un ajustement des calculs à la réalisation audible des intervalles, sans que les calculs soient pour autant dénaturés.

En comparaison, Philolaos pose beaucoup de problèmes si l'on veut donner une traduction audible de ses calculs. Son tétracorde diatonique est dissonant bien qu'il soit composé par épimores. La dimidiation du ton en *diaschismata* mentionnée par Boèce[53] ne supprime pas le problème.

Comme le montre M. Caveing[54], il s'agit là d'un exercice d'école, que l'on peut attribuer à un Pseudo-Philolaos, et qui aboutit à des grandeurs irrationnelles problématiques (*schisma* = 16/9Ö 3): alors qu'Archytas "paraît tenir compte à la fois des rapports rationnels et de l'usage des musiciens", il faut bien conclure que les sectateurs de Philolaos n'ont abouti qu'à "une construction sans portée pratique, une fiction mathématique", un simple "exercice d'école"[55].

En somme, Philolaos et Archytas ont tous deux tenté de subdiviser les tétracordes harmoniquement au moyen des rapports épimores. Mais les disciples de Philolaos (Pseudo-Philolaos, Boèce) l'ont fait de façon purement mathématique, et même purement arithmétique, de sorte qu'ils n'avaient pas besoin de tenir compte de l'audition ni de lui adapter leurs calculs: leur procédé était bien harmonique, mais purement dialectique. Ce n'est donc pas un hasard

[52] Cf. Van der Waerden, op. cit., p. 185.
[53] Cf. Philolaos, A 26 et B 6.
[54] M. Caveing, *La constitution du type mathématique de l'idéalité dans la pensée grecque* (thèse de 1982), Presses du Septentrion, Lille, 19994-1998, t. III, p. 1221.
[55] Id., ibid.

s’ils proposent la même subdivision diatonique que Platon, dont ils réalisent en quelque sorte l’exigence en s’intéressant aux problèmes numériques en eux-mêmes.

Cependant, il ne faudrait pas confondre Philolaos et ses sectateurs. Philolaos a certes contribué à la partie dialectique de l’harmonique, et dans la mesure où il est parvenu à composer harmoniquement le tétracorde diatonique, il est certes “authentiquement” pythagoricien. Mais il ne faut pas oublier que le genre diatonique défini par Philolaos est reconnu par Aristoxène comme conforme aux intervalles audibles ; ne pas oublier non plus que le procédé arithmétique conjecturé par Boèce n’empêche pas Philolaos d’avoir connu aussi les moyennes géométrique et harmonique définies par Archytas. Philolaos utilise, en effet, un procédé géométrique, pour définir une *dynamis musicale* qui ne doit rien à la *dialectique platonicienne*.

Philolaos est-il allé moins loin qu’Archytas? C’est ce que nous ne pouvons pas savoir, car l’hypothèse de témoignages disparus n’est jamais à exclure. Leurs efforts semblent concorder, et la conclusion que nous pouvons en tirer est qu’ils reflètent une tendance générale de l’école pythagoricienne, sans doute depuis les origines: la recherche de l’unité harmonique grâce aux rapports épimores et, avec Archytas, grâce au calcul des moyennes.

Archytas n’est donc pas seulement empiriste dans sa démarche, mais il est également dialecticien, comme Philolaos et Platon. Mais il existe en réalité un certain “empirisme” inhérent à sa dialectique même: non seulement il aborde les problèmes numériques et il les traite logiquement par le calcul, mais il les “adapte” aussi aux réalités musicales et auditives, en modifiant au besoin certaines valeurs numériques de façon infime, et en permettant certains chemins de composition et de jeu.

Cet “empirisme” n’est pas lié aux données brutes de la sensation et de la mesure physique, mais à un *raisonnement* et à une *recherche*. C’est sans doute d’un “empirisme zététique” qu’il faudrait parler, en comprenant par là une démarche d’ajustement entre la théorie et la sensation.

5. Les degrés de consonance corroborent l’unité harmonique des tétracordes

A partir de la composition harmonique des tétracordes devient logiquement possible la définition des compositions mélodiques harmonieuses, ou autrement dit, “emmèles”, *bien mélodieuses*[56]. Le compositeur de mélodies se sert du cadre des tétracordes, mais quand celui-ci comprend un intervalle dissonant (comme les intervalles entourant la *lichanos* dans le chromatique d’Archytas), il peut contourner la dissonance et choisir un autre “chemin”.

Archytas, selon Ptolémée[57], s’est justement efforcé de composer les tétracordes de façon à permettre dans tous les cas un “chemin suivant le logos” ; le reproche de Ptolémée au sujet de la *lichanos* chromatique n’est d’ailleurs pas justifié par rapport à ce programme, car en passant par des détours Archytas ménage bien un chemin logique jusqu’à elle.

Archytas mérite donc totalement d’avoir assuré une “symétrie des surpassements”, c’est-à-dire une commensurabilité des termes bornant les intervalles épimores. En effet, le terme “surpassement” (*hyperochè*) utilisé par Archytas[58] et Philolaos[59] signifie littéralement le fait, pour un nombre, de “tenir au-dessous” un autre nombre: c’est exactement la signification du rapport “épimore”.

[56] Cf. Archytas, A 16.
[57] Cf. Archytas, A 10.
[58] Archytas, A 16.
[59] Philolaos, A 25.

Il existe donc un lien logique, chez Archytas, entre la présentation des tétracordes[60] et l'analyse du degré de consonance des rapports, pour la plupart épimores[61]. Dans les deux cas est impliquée l'idée que ce qui permet de construire des mélodies harmonieuses est l'utilisation prioritaire des rapports épimores compris dans les tétracordes.

Ces rapports épimores sont tous composés de "nombres premiers entre eux"[62]. Autrement dit, le dénominateur ne peut pas diviser le numérateur, qui conserve donc comme lui son unité intrinsèque, de sorte que les deux nombres restent hétérogènes et forment, grâce à leur connexion épimore, une dualité unifiée, ou *harmonie*. Tous les rapports mentionnés par Ptolémée vérifient effectivement cette condition (et même le rapport 243/224, qui résulte, comme nous l'avons vu, d'une connexion d'épimores).

Lorsque Porphyre analyse le degré de consonance des "*logoi* multipliés et épimores"[63], il s'intéresse à la fois aux *logoi* fondamentaux (octave, quinte, quarte) et à tous les *logoi* épimores pouvant être atteints par leur moyen ou leur moyenne. C'est dans cette analyse qu'il attribue à Archytas, et aux

[60] Cf. Archytas, A 16.

[61] Cf. Archytas, A 17. Seuls deux *logoi* ne sont pas épimores dans le genre chromatique : 243/224 (*hypate-lichanos*) et 32/27 (*lichanos-mèse*).

[62] Cf. Archytas, A 16. Andrew Barker traduit *sunistatai dè ta toiaûta tetrachorda kata tous ekkeimenous logous en prôtois arithmois toutois* par *"Such tetrachords, on the basis of the ratios set out, are constitued in their lowest terms by the following numbers"* (op. cit., t. II, p. 44). En effet, rien, dans les sources que nous possédons, n'autorise à accorder autant d'importance aux nombres premiers, et les rapports épimores peuvent simplement être conçus comme le résultat de l'utilisation des nombres *impairs* dans le calcul. Cependant, on ne saurait faire abstraction de la signification habituelle de l'expression *prôtoi arithmoi* en arithmétique : il s'agit bien de nombres *premiers*. Il est tout à fait logique (et conforme au texte de Ptolémée sur Archytas) de considérer les "nombres premiers entre eux" comme un principe général, dont les rapports épimores ne sont que l'espèce la plus harmonieuse, et qui comprend aussi des rapports non épimores (cf. note précédente). Porphyre utilise également l'expression *prôtoi arithmoi* au sens de *nombres premiers*, pour expliquer les degrés de consonance des *logoi* chez Archytas (cf. Archytas, A 17).

[63] Cf. Archytas, A 17.

"Pythagoriciens" en général, l'idée que les intervalles les mieux "symphones" sont ceux qui arrivent le mieux à combiner deux nombres de façon à en assurer l'unité.

C'est ainsi que Porphyre exprime la cohésion harmonique des *logoi* par des "nombres premiers", simples et indivisibles, extraits à partir des deux termes formant chaque *logos*.

Le procédé, que l'on appelle "anthyphérèse", paraît compliqué et artificiel, mais au fond il vise simplement à former un nombre unique à partir de deux, en prenant l'octave 2/1 comme paradigme; ce qui est retenu dans celle-ci, c'est uniquement le surpassement 1, qui exprime la connexion de 2 à 1.

Or le surpassement est l'essence de l'harmonie épimore, et l'*anthyphérèse*, en enlevant une unité à chaque terme du *logos*, conserve ce surpassement épimore, quel que soit le rapport épimore obtenu par la subdivision de l'octave. Les termes de la quinte 3/2, diminués chacun d'une unité, deviennent alors 2 et 1, dont la somme fait 3; de même les termes de la quarte 4/3 deviennent 3 et 2, dont la somme fait 5. En passant de l'octave à la quinte, puis à la quarte, on passe ainsi de 1 à 3, puis à 5, qui sont tous des nombres premiers.

Ces nombres premiers sont l'expression de l'harmonie des accords, et servent donc de coefficients de consonance. La consonance maximale est celle de l'octave, dont le coefficient est 1. Il est possible ensuite de construire un tableau de consonance décroissante des rapports épimores d'Archytas, dont le musicien pourra bien sûr faire usage dans ses compositions en vue de susciter tel ou tel effet[64]:

[64] Dans ce tableau, la quinte est le deuxième intervalle consonant, bien que le rapport 3/1 (octave 2/1 + quinte 3/2) ait un degré de consonance supérieur (égal à 2), car le fait d'ajouter une quinte à l'octave ne modifie pas l'aspect dynamique de la quinte, seul sensible à l'oreille. Nous verrons bientôt le rôle de la *dynamis* dans l'explication de ce fait. Pour la même raison, c'est la quarte (4/3, consonance 3), et non la double octave (4/1, consonance 3 également) qui est considérée

Intervalle	Degré de consonance (ordre décroissant)
2/1 (Octave)	1
3/2 (Quinte)	3
4/3 (Quarte)	5
5/4	7
8/7	13
9/8	15
28/27	53
32/27	57
36/35	69
243/224	465

Il est remarquable que les huit premiers rapports de ce tableau soient tous constitués de nombres “premiers entre eux”, et que leur coefficient de consonance soit généralement un nombre premier (excepté le ton 9/8, de coefficient 15): il y a ici une double indication de leur *indivisibilité*, c’est-à-dire de l’*harmonie* indissoluble des combinaisons en question.

En revanche, les deux derniers *logoi* sont divisibles en *logoi* premiers, et leurs degrés de consonances sont également divisibles : ainsi pour 36/35, le coefficient 69 est divisible en 3 fois 13 (nombres premiers), et pour 243/224, le coefficient 465 est divisible en 3 fois 5 fois 31 (nombres premiers). Ces deux rapports ne devront donc pas être utilisés par le compositeur de mélodies

---

comme la consonance audible fondamentale. Boèce se démarquera donc du pythagorisme primitif, quoi qu’il en dise, en incluant les rapports 3/1 et 4/1 parmi les consonances.

"symphones", bien qu'ils soient utilisés par le compositeur de tétracordes (et, pourquoi pas, par le compositeur de mélodies dissonantes!)[65].

La composition des tétracordes se réalise ainsi d'un bout à l'autre selon le principe de l'harmonie. Celle-ci est comprise comme un principe d'unité entre des sons mesurables par des cordes, d'où son expression mathématique sous la forme de rapports épimores et de moyennes (aussi bien chez Archytas que chez Philolaos); mais elle est aussi comprise comme le principe de la consonance, de la "symphonie" audible et non seulement mesurable.

C'est pourquoi la définition purement mathématique de l'harmonie est corrigée par Archytas en fonction de sa réalisation audible. Cela ne signifie pas que l'harmonique soit défectueuse, mais qu'elle n'explique pas totalement les phénomènes acoustiques. Les sons, comme nous l'avons vu, échappent à une mesure simplement arithmétique; ils échappent même, nous le voyons maintenant, à la commensurabilité totale (*symmetria*) que tentent de construire les rapports épimores et les moyennes.

Le succès remarquable de l'harmonique n'est donc pas d'établir mathématiquement une consonance entre tous les sons, mais de construire logiquement un "chemin de consonance" entre les sons commensurables, sans exclure par ailleurs l'existence d'autres chemins, encore incommensurés, voire incommensurables. La réalisation systématique de l'harmonie dans les tétracordes montre donc à la fois le succès d'une théorie harmonique, et la

---

[65] Il faudrait ajouter à la fin de ce tableau le *leimma* 256/243, demi-ton diatonique de Philolaos (cf. *supra*), dont le degré de consonance (255+242=497) est le plus bas de tous les *logoi* concevables. Cette *diesis* équivaut *pratiquement* à une unité de mesure *pour l'oreille*. Son coefficient de consonance, 497, est un nombre premier. Si l'on admet qu'un ton est composé, pour l'oreille, de deux *leimmata*, alors on comprend pourquoi le ton est le seul intervalle, dans le tableau des consonances, à ne pas avoir de nombre premier pour coefficient : c'est le signe qu'il n'est pas une unité de mesure, et qu'il en appelle une qui lui soit inférieure et qui puisse expliquer la constitution de sa consonance.

méthode permettant d'ouvrir de nouvelles voies de recherche et de composition à partir de cette théorie[66].

6 "Nous sommes tous des pythagoriciens"

La formule de Xénakis serait-elle donc vraie, et le pythagorisme serait-il porteur de potentialités infinies pour la théorie musicale? Il faut éviter ici toute généralisation hâtive. La construction du domaine sonore de l'octave au moyen d'intervalles, définis par des proportions en nombres entiers, n'est pas la seule méthode possible, bien sûr, pour définir la structure des échelles d'intervalles: il faut tenir compte également de la méthode des puissances (échelle des quintes), de celle des racines (gamme tempérée moderne) et de celle des multiples (gamme des harmoniques).

L'échelle des quintes était déjà connue par Pythagore suite à ses voyages en Mésopotamie, et la notion de tempérament, qui est devenue nécessaire suite à la généralisation des degrés chromatiques en vue de la transposition à l'orgue d'accompagnement, n'a fait que développer le "négatif" de la théorie musicale pythagoricienne, qui n'avait cessé de tourner autour du même problème : comment subdiviser les intervalles musicaux sans utiliser la dimidiation, c'est-à-dire, en termes proportionnels, la racine carrée (problème mis en valeur par le théorème de Pythagore: l'hypothénuse du triangle rectangle étant donnée par la racine carrée de la somme des carrés des deux côtés).

Mais la liste ne s'arrête pas là, et à la logique arithmétique, les Pythagoriciens anciens ajoutent, comme nous l'avons vu, une logique

[66] C'est ainsi que l'octave fondamentale pourra naturellement être additionnée d'une quinte (d'où le rapport 3/1, de consonance 2, supérieure à la consonance 3 de la quinte et de la double octave - cf. Boèce: Hippase, frg. 14). La logique du *systema teleion* ultérieur est déjà en germe dans le tableau des consonances d'Archytas.

géométrique. A ces logiques mathématiques, Xénakis ajoute lui-même la théorie des probabilités et celle des événements en chaîne (musique stochastique). Une autre extension marquante de l'acoustique et des mathématiques à la théorie musicale est la musique spectrale, qui utilise les harmoniques et les partiels des spectres sonores pour composer des timbres ou interpoler des intermédiaires entre deux états sonores définis (spectre harmonique / inharmonique, son / bruit, échos, réverbérations, modulations, etc.), et qui manipule également d'autres paramètres ou propriétés du son afin d'explorer toute l'étendue du domaine sonore, et non seulement de l'échelle des notes.

En quoi toutes ces tentatives, et toutes les innovations de la théorie musicale au cours de l'histoire, devraient-elles donc être dites "pythagoriciennes"? L'argument de Xénakis est qu'il existe en musique (comprenons : dans toute musique possible, passée, présente et à venir, ici et ailleurs) une infinité de structures logiques et numériques insoupçonnées, pouvant expliquer les phénomènes musicaux et contenir les potentialités de leur développement.

Cet argument dérive d'une conception du pythagorisme comme logique abstraite correspondant aux tendances formalistes de la logique symbolique moderne. Il a pour conséquence la possibilité de développer le langage et les structures de la musique au moyen d'une modélisation logique, pouvant contenir des séquences ou propriétés mécaniquement reproductibles (Xénakis donne l'exemple du jeu de symétrie existant dans une fugue de J.-S. Bach). Les relations numériques seraient ici la modélisation commune aux différents paramètres du son, par exemple la durée ("temps") et la hauteur.

Ce qui est découvert d'un paramètre peut ainsi servir de modèle heuristique pour l'exploration de nouvelles possibilités d'un autre paramètre, bien que la mesure et la modélisation de ces paramètres ne soit *a priori* pas du même ordre. L'implication de cette proposition est que tout paramètre peut s'inscrire dans une structure logique, et la conséquence en est que tout développement ultérieur des paramètres et de leurs assemblages en structures, pourra être rattaché à une théorie logique générale.

Mais la question se pose alors: existe-t-il une théorie générale de la musique? La question semblait jusqu'ici n'avoir guère de sens. Les musiciens proposent généralement des interprétations musicales, qui ont plus un rôle esthétique, psychologique ou social qu'une portée théorique; les compositeurs tentent de créer des œuvres nouvelles, en relation avec une théorie musicale héritée ou inventé; et les théoriciens construisent des conceptions abstraites, qui ne débouchent pas toujours sur des réalisations sonores. Qui donc aurait la prétention de rassembler des éléments aussi épars?

C'est pourtant bien ce que nous suggère Xénakis. Nous avons donc à prendre la mesure de sa proposition: le 20e siècle, nous dit-il en substance, nous permet d'amorcer un tournant historique dans la théorie musicale, et ce tournant vient de ce que l'on a renoué avec ce qui faisait la force inventive du pythagorisme: la capacité de concevoir des modèles logiques nouveaux, susceptibles de développer et de modifier profondément la structure du langage musical et donc des œuvres (ou manifestations) musicales.

Le propos de Xénakis n'aurait aucune portée s'il s'agissait simplement de suivre aveuglément une tradition grecque aujourd'hui périmée dans ses formes: en effet, le système des tétracordes et de la proportionnalité a déjà produit avec profusion des mélodies, qui ne sont pas nécessairement éternelles, ni universelles d'un point de vue culturel.

Mais le but de Xénakis n'est sûrement pas de déterrer d'anciens principes et d'anciennes mélodies par simple plaisir d'archéologue. Ce qui l'intéressait en 1979, et qui peut encore nous intéresser aujourd'hui, c'est que ce qu'on appelle la "théorie pythagoricienne de la musique" n'est pas une théorie figée en un système architectural de proportions éternelles, mais plutôt une recherche scientifique, essentiellement ouverte sur la réalité musicale et acoustique, et qu'à ce titre elle peut nous servir de modèle dans les conceptions que nous nous faisons de la musique, dans l'état actuel de nos connaissances scientifiques et de notre culture (quels que soient d'ailleurs notre origine ou notre port d'attache).

Le pythagorisme ancien est surtout connu pour ses apports à la théorie de l'harmonie, entendue comme échelle de hauteurs diversement réparties (genres, tropes), à partir desquels se définissent la gamme diatonique naturelle, et les dérivations qui s'ensuivent. Mais il existe également une théorie pythagoricienne de l'acoustique, du rythme, du symbolisme, de l'infinité sonore, qui trouvent leur place dans un système philosophique global de la musique, que nous ne pouvons pas aborder ici faute de place[67].

Comme le suggère Xénakis, tous les aspects de la musique se trouvent liés dans le pythagorisme ancien par une logique commune (beaucoup plus que dans le néopythagorisme postérieur à Platon, qui a tendance à séparer et à hypostasier la spéculation numérique, en simplifiant sa relation avec le domaine sonore); par exemple, le rythme est expliqué également suivant un système porportionnel, qui correspond parfois avec celui de l'harmonie; le symbolisme poétique est utilisé comme procédé mnémotechnique de l'enseignement musical; la métaphore conduit à l'analogie qui conduit aux proportions musicales; les

[67] Une fois encore, nous nous permettons de renvoyer à notre thèse déjà citée.

réflexions sur les proportions architecturales et musicales s'influencent réciproquement; etc.

Pour s'en tenir à l'harmonie, on remarquera que la définition de la gamme diatonique, au moyen du cycle des quintes, fixe les données naturelles de la musique, à partir desquelles peut être posé le problème général de la théorie harmonique: comment remplir les intervalles intermédiaires? d'autres subdivisions sont-elles possibles?

La méthode proportionnelle utilisée par l'école pythagoricienne n'est pas la seule possible, comme nous l'avons dit, et au sein même de l'école il existe des différences, par exemple, entre la définition du genre diatonique par Philolaos (repris par Platon) et par Archytas. Le modèle géométrique proposé par ce dernier, qui s'inspire du modèle de l'*hélikon*, et qui met en jeu la théorie mathématique des moyennes (arithmétique, géométrique, harmonique), ne se contente pas de *limiter* notre façon de diviser l'octave (par des proportions définitvement fixées au sein des tétracordes), mais nous propose aussi une modélisation géométrique de l'harmonie musicale, contenant une myriade d'*extensions* possibles.

En effet, la pente de la *lichanos* peut être définie autrement, soit suivant une méthode proportionnelle, soit suivant une autre méthode. Elle peut même être définie empiriquement, par un tracé fait au hasard. On peut aussi la déplacer graduellement dans un sens ou dans l'autre, et les ordinateurs nous donnent aujourd'hui une infinité de modifications géométriques possibles. Une fois ces possibilités explorées, on peut aussi partir de la géométrie des arts graphiques (ou architecturaux), pour l'appliquer à la structure sonore, dans ses divers paramètres. La droite peut devenir une courbe, dont on peut donner l'équation (si l'on veut conserver le principe pythagoricien de la commensurabilité) ou les équations (si l'on veut diviser cette commensurabilité en segments). On peut encore définir des degrés de consonance, soit en suivant la méthode pythagoricienne, soit suivant d'autres critères.

Mais arrêtons ici la liste des possibilités. Il apparaît clairement, dorénavant, que la théorie pythagoricienne de la musique est grosse d'une infinité de développements possibles. Comme le dit M. Bellet, "la reprise du plus archaïque coïncide avec l'ouverture de l'inouï"[68]. La théorie pythagoricienne de la musique est justement porteuse de cette "ouverture", car elle ne se réduit pas à une combinaison de nombres, suivant le principe du *logos* (entendu comme rapport numérique), mais elle pose les principes d'une exploration systématique, dans chaque culture musicale, de l'espace sonore compris entre les bornes du *logos*, et que les Grecs appelaient *diastema*.

Alors que le *logos* paraît figé par les intervalles fixes que ses nombres délimitent, le *diastema* est l'intervalle (segment intermédiaire composé d'une infinité de points) qui reste toujours à remplir, et rappelle l'ouverture de l'espace sonore à de nouvelles possibilités logiques. C'est dans la complémentarité de ces deux concepts opposés que se construit, non seulement l'exploration des échelles harmoniques, mais, par analogie, l'exploration du rythme, et de tous les paramètres concevables des sons.

C'est pourquoi le pythagorisme intéresse la théorie musicale moderne au plus haut point, et l'on peut donner raison à la formule de Xénakis. D'autres compositeurs adoptent aujourd'hui même une orientation théorique semblable à celle qui appartint au pythagorisme ancien. Par exemple, Fabien Lévy plaide pour "une approche pythagoricienne de la perception culturelle des intervalles": la théorie pythagoricienne de la consonance, qu'il qualifie de "conceptuelle", par

---

[68] Maurice Bellet, *L'écoute*, Desclée de Brouwer, Paris, 1989, p. 95.

opposition aux théories "métaphysiques" ou "empiriques", permet de définir les consonances et les dissonances d'une façon à la fois physique, mathématique, cognitive et culturelle.

La validité scientifique de cette théorie ne se fonde pas en trouvant des principes métaphysiques ou des vérifications expérimentales dans toutes les cultures musicales possibles, mais en "présentant des concepts testables, réfutables, formels et prospectifs, plutôt qu'en énonçant des vérités et en les validant sur échantillon. Contrairement aux théories métaphysiques de la dissonance, les théories conceptuelles pythagoriciennes présentent une méthodologie cartésienne et scientifique: problème divisible et simplifiable en problèmes plus petits ; concept formel globalisant donc nécessairement réducteur, appelant à être étendu et nuancé musicalement; énoncés réfutables. Ces modèles conceptuels peuvent alors devenir des outils prospectifs inspirateurs pour les compositeurs, et créer de nouveaux espaces sonores".

Dans le même ordre d'idée, F. Lévy plaide aussi "pour une utilisation de la science afin de fournir à la théorie musicale des concepts réfutables et prospectifs pour les compositeurs, et non des vérités universelles et normatives. La méthode scientifique en musique [ajoute-t-il] doit en effet rester consciente et soucieuse des présupposés culturels qui fondent ses axiomes de départ"[69].

Ce qui fait la force et la pérennité de la théorie musicale pythagoricienne, c'est en effet de laisser la place, à côté des données acoustiques et du système des proportions, à l'infinité possible des modes d'expression musicale au cours de l'histoire de l'humanité. Chaque peuple et chaque individu musicien était et

---

[69] Fabien Lévy, "Plaidoyer pour une oreille subjective et partisane: Une approche 'pythagoricienne' de la perception culturelle des intervalles", in *Musique, rationalité, langage*, Cahiers de philosophie, N° 3, L 'Harmattan, Paris, 1998, p. 46 et 49. Voir également l'article de H. Dufourt, dans le même recueil, sur "le concept grec d'harmonie".

sera amené, suivant la culture qu'il partage ou élabore, à choisir par lui-même les logiques d'assemblage et de modification des sons.