

**PRÁTICAS DE ENSINAR E APRENDER ESTATÍSTICA NOS ANOS
INICIAIS COM RECURSOS DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE
MATEMÁTICA**

**TEACHING AND LEARNING PRACTICES OF STATISTICS IN THE
BEGINNING YEARS WITH RESOURCES FROM THE
MATHEMATICS TEACHING LABORATORY**

Iracema Hiroko Iramina Arashiro
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
iracema.arashiro@ifsp.edu.br

Marina Mitie Gishifu Osio
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
marina@ifsp.edu.br

Paula Ramalho Ferreira dos Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
p.ramalho@aluno.ifsp.edu.br

Sebastião Aluísio Carvalho dos Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo
sebastiao.aluisio@aluno.ifsp.edu.br

Resumo

Considerando que uma das formas para melhorar a qualidade da educação básica pode ser através da formação continuada de professores, o projeto de extensão “Práticas de Ensinar e Aprender Estatística nos Anos Iniciais com recursos do LEM” propôs duas ações de extensão e foram desenvolvidas no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, *Campus* Bragança Paulista, ambas voltadas para professores que ensinam matemática. Uma das ações foi uma série de quatro oficinas pedagógicas e outra ação foi o curso “Práticas de Ensinar e Aprender Matemática nos Anos Iniciais: Estatística”. As atividades foram baseadas nas pesquisas bibliográficas, adaptadas e discutidas e os materiais utilizados confeccionados pela equipe executora. As aulas do curso e as oficinas, ocorreram nas manhãs de sábados e foram ministradas por dois docentes com apoio de três estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do campus e essa experiência está relatada nesse artigo.

Palavras-chave: estatística; formação continuada; jogos; oficinas; probabilidade.

Abstract

Considering that one of the ways to improve the quality of basic education is through the ongoing training of teachers, the extension project "Practices for Teaching and Learning Statistics in the Early Years with resources from the Mathematics Teaching Laboratory" proposed two extension actions, which were developed at the Federal Institute of Education, Science, and Technology of São Paulo, Bragança Paulista Campus. Both activities were aimed at teachers who teach mathematics. One action consisted of a series of four pedagogical workshops, while other was the course "Practice of Teaching and Learning Mathematics in the Early Years: Statistics." The activities were based on bibliographic research, adapted and discussed, and the materials used were produced by the executing team. The course classes and workshops took place on Saturday mornings and were taught by two professors with the support of three students from the Mathematics Education program at the campus. This experience is reported in this article.

Key words: statistic; continuing study; games; workshops; probability.

Introdução

A formação inicial de professores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental, em geral, possui em sua estrutura curricular uma carga horária muito baixa voltada ao ensino de matemática, tal fato pode ser constatado nos projetos políticos pedagógicos dos cursos de Licenciatura em Pedagogia de universidades renomadas, que tem carga horária teórica, em média de 30h, inviabilizando o aprofundamento e domínio do conteúdo matemático que pode causar lacunas na formação integral. A literatura também tem apontado que a formação inicial dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais “não tem sido suficiente para as atividades que o mesmo desempenha [...]” (BEZERRA, 2017, p.44).

Resulta a sensação de que muitos dos conceitos matemáticos se quer são discutidos e quando os professores ingressam no trabalho, são poucos os momentos formativos em que eles discutem sua prática docente para o ensino de matemática fazendo com que eles acabem por ensinar da mesma forma que lhe ensinaram ou que julgam que o foram. Dessa forma, Ribeiro e Martins (2010) defendem que em momentos de formação continuada, esses professores sejam confrontados com situações em que seus conhecimentos matemáticos mais básico sejam colocados em xeque, pois caso contrário, dificilmente eles desenvolverão sua capacidade reflexiva não só de sua prática, mas também sobre os conteúdos que ensinam ou terão de ensinar.

Levando em conta o cenário descrito, o Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus Bragança Paulista (IFSP-BRA) desenvolveu ações de extensão no sentido de promover a formação continuada desses professores. Este relato de experiência apresenta o resultado do projeto de extensão Práticas de Ensinar e Aprender

Estatística nos Anos Iniciais com recursos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) que foi delineado a partir de outras ações de extensão já realizadas no campus em anos anteriores e elas estão descritas a seguir.

O IFSP-BRA promove anualmente a Semana de Matemática e Educação Matemática (Semat), evento que tem por finalidade discutir e contribuir para a formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática e para a popularização da matemática junto ao público (IFSP, 2023, p. 83). Em 2016 ampliou as ações dessas formações com suas ações de extensão direcionadas aos professores por meio de eventos mensais aos sábados, realizando palestras, minicursos e oficinas, abordando conteúdo de matemática ou temas relacionados à prática docente, aumentando assim a frequência de atividades.

Nos anos seguintes, foi dada ênfase às oficinas pedagógicas, que é visto por muitos educadores como um recurso potencialmente eficaz na formação continuada de professores, por possibilitar a dinamização da prática. Por exemplo, Pavianni e Fontana (2009) caracteriza a oficina pedagógica como forma de construir conhecimento a partir da ação e da reflexão. Martins *et al.* (2011) concluíram que os educadores percebem a oficina pedagógica como um meio de estimular a criatividade, promover a participação coletiva e que também ela envolve os participantes de forma ativa e reflexiva.

A grande motivação para continuar com oferta de oficinas pedagógicas foram os relatos positivos trazidos pelos professores participantes que replicaram as atividades com seus estudantes, mostrando que as oficinas possibilitaram aprendizagens contínuas deles, e podem ser adaptadas, contextualizadas de acordo com a necessidade e fase de ensino que atuam. Os professores perceberam que, de fato, as atividades propostas dinamizam e favorecem o processo ensino aprendizagem. Os temas de cada oficina eram delineados de acordo com a demanda dos participantes, que davam sugestões nas avaliações realizadas ao final das oficinas.

Considerando a alta demanda por cursos de formação continuada desses professores, em 2018, foi ofertado o curso de extensão "Práticas Ensinar e Aprender Matemática nos Anos Iniciais" com duração de 40 horas e teve como foco a temática "números e operações". O curso teve o propósito de superar formações *para* a prática em que "colocam o formador da academia como o detentor do conhecimento e o professor da Educação Básica é alguém que receberá esse conhecimento para aplicar em sua atividade docente" (GOMES; SANTOS; SPILLER, 2019, p. 69). Considerando a alta demanda desse tipo de curso, foi

proposto outro curso de extensão, desta vez focado na temática da estatística dos anos iniciais¹.

Em 2022, após o período de pandemia e com a retomada das atividades presenciais, a atividade de extensão aos sábados voltou e envolveu duas ações de extensão, uma série de quatro oficinas pedagógicas com duração de quatro horas cada e o curso Práticas Ensinar e Aprender Matemática nos Anos Iniciais: Estatística, de 40 horas. O objetivo de ambas as ações foi desenvolver saberes matemáticos dos professores que ensinam matemática na educação básica com foco em estatística. Para isso foram utilizados materiais manipulativos, jogos e software GeoGebra, uma vez que uso desses recursos requerem a participação ativa no fazer, vivenciar e experimentar.

Oficinas Pedagógicas

As oficinas pedagógicas podem ser consideradas como metodologia de trabalho em grupo e se caracterizam pelo processo de construção do conhecimento coletivo realizado em um curto espaço de tempo. É nesse espaço que os participantes podem refletir sobre suas práticas e reconstruí-las, analisar os conceitos, confrontar novas ideias, trocar experiências com demais colegas de profissão e vivenciar uma experiência de ensino e aprendizagem de forma dinâmica devido a sua praticidade e flexibilidade, estimulando a criatividade de todos os integrantes.

Souza e Gouvêa (2006) afirmam que as oficinas pedagógicas se tornam uma forma interessante de formação continuada, uma vez que os professores têm maior liberdade de horário, sem a exigência de se cumprir uma frequência mínima de um curso, por exemplo. Assim sendo, elas permitem ao professor participar daquelas que se adequem às suas diversas atribuições. Dessa forma, a longo prazo ele acaba fazendo a sua formação continuada de acordo com a sua própria demanda.

As oficinas pedagógicas realizadas no projeto descrito utilizaram-se dos recursos do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), que corroboram com as ideias de Lorenzato (2012) ao qual realça sua importância para o ensino de matemática. Ele destaca que o LEM, além de tudo, é uma gratificante alternativa metodológica porque pode atender inclusive estudantes com necessidades específicas e que, mesmo em condições desfavoráveis, pode

¹ Curso Práticas de Ensinar e Aprender Matemática nos Anos Iniciais: Estatísticas encontra-se no link <https://bra.ifsp.edu.br/extensao/cex-artigos/3425-praticas-de-ensinar-e-aprender-matematica-nos-anos-iniciais-estatistica>

tornar o trabalho altamente gratificante para o professor e a aprendizagem compreensiva e agradável para o aluno se o professor possuir conhecimento, crença e engenhosidade. Dessa forma, o projeto oportuniza a revisão e reflexão da prática pedagógica, atualizando assim os conhecimentos adquiridos na sua formação.

Todas as oficinas foram avaliadas pelos participantes por meio de um questionário sem identificação com poucas perguntas e com questões abertas para dar opiniões, críticas e sugestões para melhoria do evento além de ideias ou temas para oficinas futuras.

Neste projeto foram desenvolvidas quatro oficinas pedagógicas pela equipe executora e autores deste relato. Os membros da equipe de execução do projeto decidiam o tema a ser tratado a partir das experiências anteriores para discutir e propor a sequência da oficina que estão detalhadas a seguir.

Oficina 1 – Jogos como ferramenta de ensino das quatro operações matemáticas.

A utilização de jogos como metodologia de aprendizagem é constantemente solicitada pelos professores, principalmente porque durante a passagem pelos anos iniciais, os alunos estão mais voltados para a parte lúdica, sendo assim, os professores conquistam a sua atenção e conseguem abordar conteúdos de maneira espontânea e mais efetiva.

Para a primeira oficina priorizamos essa temática, como forma de aproximar os professores para a retomada do Projeto e pela demanda recorrente. Os jogos utilizados foram publicados por vários autores, no entanto, consideramos que vivenciar o jogo permite que o professor o conheça melhor, ganhe segurança ao desenvolvê-los em sua sala de aula e reflita sobre suas potencialidades e possibilidades com a finalidade de explorá-los melhor. Dessa forma, as oficinas serviram de ponte entre o conhecimento acadêmico e a prática da comunidade.

As quatro operações básicas é um tema frequentemente requisitado pelos professores, sendo assim, a primeira oficina tratou desse tema usando jogos como metodologia.

A primeira atividade foi uma adivinhação para motivar os professores presentes. Ela é uma adaptação de um exercício matemático que consiste na escolha, pelos participantes, da cor e número de um dos cartões da Figura 1. O objetivo é o apresentador adivinhar a cor e o número do cartão escolhido pelo participante. O participante é orientado a realizar alguns cálculos matemáticos a partir do cartão escolhido por ele e, através do resultado obtido, o apresentador “adivinha” o número e a cor do cartão escolhido.

Figura 1: Jogo de adivinhação

Escolha uma carta e registre sua cor e número												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Fonte: arquivo pessoal

Os cálculos a serem realizados são (i) calcule o dobro do número do cartão; (ii) some 3; (iii) multiplique o resultado por 5; (iv) some 1, se o cartão for verde; some 2, se o cartão for amarelo; some 3, se o cartão for azul; some 4, se o cartão for vermelho.

Muitos acreditaram que bastaria fazer o caminho de volta, mas isso evidentemente não seria possível pois a cor do cartão é impeditivo. É importante observar que o valor somado na orientação (iv) variou de 1 a 4, restos da divisão por cinco, lembrando que o resultado obtido até esse momento é um múltiplo de 5, detalhe que pode passar despercebido para muitos. Sendo assim, a partir do resultado anunciado pelo participante, o apresentador adivinha a cor do cartão que é dado pelo resto da divisão por 5. Para adivinhar o número escolhido basta um pouco de cálculo mental.

A partir dessa dinâmica, algumas questões como “se o participante disse que deu X , qual foi o cartão escolhido por ele? Poderia obter tal resultado? Justifique.” É importante perceber que há resultados incompatíveis com esses cálculos, por exemplo, os múltiplos de 5 nunca poderão ser resultado apresentado pelo participante. Se chamarmos de x o número escolhido a expressão algébrica seria $(2x + 3).5 + cor\ do\ cartão = 10x + 15 + cor\ do\ cartão$. Na expressão dada, a cor do cartão representa o resto da divisão por cinco, a segunda parte mostra que subtraindo o resto do resultado apresentado, deve-se subtrair 15 e o número escolhido pelo participante foi multiplicado por dez.

Dessa forma, uma reflexão rápida foi realizada entre os professores a respeito dessa atividade que oportunizou uma discussão teórica sobre como o conhecimento matemático possibilita o entendimento da adivinhação e o uso de jogos para desenvolver o cálculo mental. Através dessa metodologia, pode-se desenvolver aspectos de socialização, criatividade, criticidade e diagnóstico de erros na aprendizagem.

Ao observarmos o comportamento de uma criança em situações de brincadeira e/ou jogo, percebe-se o quanto ela desenvolve sua capacidade de fazer perguntas, buscar diferentes soluções, repensar situações, avaliar suas atitudes, encontrar e reestruturar novas relações, ou seja, resolver problemas (GRANDO, 2000, p.20).

Após este aquecimento, três jogos foram explorados: o Contando 60, o Avançando com o Resto e o Fan Tan, cujos tabuleiros podem ser vistos na Figura 2.

O jogo Contando 60, apresentado por Grandó (2000), é bem interessante para se trabalhar as quatro operações básicas de matemática. O objetivo do jogo é operar com os números sorteados de três dados comuns distintos e, através do resultado obtido, o estudante deve realizar operações de modo a fazer marcações estratégicas no tabuleiro para conquistar uma coluna ou linha de 5 marcações para vencer o jogo ou conquistar 60 pontos antes do adversário.

Figura 2: Tabuleiro do jogo Contando 60, Avançando com o resto e Fan Tan.



Fonte: arquivo pessoal

Com a finalidade didática e mediação do professor, o jogo desenvolve o cálculo mental dos estudantes, fazendo uma substituição das clássicas listas de exercícios. Grandó (2000, p. 77) expressa que “é muito comum no trabalho com os algoritmos e o cálculo mental na escola, a apresentação para o aluno dos valores a serem operados, com a operação definida e este, simplesmente, calcula o resultado. Por exemplo, calcule o resultado de [...]”. Essa troca do fatigante para o lúdico faz com que os estudantes desenvolvam algumas habilidades que as listas de exercícios seriam difíceis de alcançar significativamente, como a observação de que a multiplicação faz um número natural aumentar mais rápido que a adição. Note que os números do tabuleiro foram estrategicamente posicionados em forma de caracol de modo

a estimular ao cálculo envolvendo operações de multiplicação e divisão. Tudo isso para estimular o que Grandó (2000) chama de “o jogar com competência”, reforçando o fato de que jogos mal utilizados são puramente aleatórios e perdem o caráter educativo e chamando a atenção de que a interferência constante do professor pode trazer a perda da ludicidade do momento, extinguindo a essência do jogo.

Os participantes da oficina jogaram uma partida do jogo Contando 60 para que a discussão fosse realizada, fornecendo significância educativa para a atividade. Foram realizadas algumas reflexões baseadas na tese de doutorado de Grandó (2000) e novos levantamentos colocados e debatidos, como: Qual é o menor número que existe no tabuleiro? Com os números 3, 4 e 3 você consegue obter esse número? Justifique sua resposta. Qual é o maior número que existe no tabuleiro? Quantas maneiras diferentes podemos obter esse valor? Quais números nos dados e quais operações são necessárias para que você obtenha o resultado 12? Escreva as 4 possibilidades. Por que a distribuição do tabuleiro é realizada desta forma? A partir de que número a distribuição do tabuleiro quebra esse padrão de formação? Por que alguns números não constam no tabuleiro?

O segundo jogo foi o Avançando Com o Resto, ele é baseado em Borin (2004). Este jogo de trilha consiste em um tabuleiro² com um percurso com vários números distribuídos. O jogador deve lançar um dado comum de seis faces e realizar a divisão do número de sua posição pelo valor do dado e avançar o número de casas de acordo com o resto dessa divisão. Por exemplo, se ele estiver na casa 41 e o resultado do lançamento do dado for 3, ele divide 41 por 3 e deve avançar duas casas. É nomeado vencedor o jogador que primeiro alcançar a chegada. Assim como o Contando 60, este jogo possui o objetivo de exercitar a multiplicação e a divisão. Ele possibilita explorar alguns critérios de divisibilidade também. Após uma jogada, algumas questões foram exploradas, tais como: Quais são as possibilidades de avançar no jogo se você estiver na casa 24? E na casa 11? O que acontece quando você tira 2 no dado? Quais são as casas que você deveria estar para conseguir avançar três casas? O que acontece quando utilizado a calculadora? Quais estratégias você utilizou para ver quantas casas iriam avançar? Como posso calcular quantas casas posso avançar? O que acontece se eu cair na casa 60? E na casa 0? Qual é o maior número de casas que um jogador

² Jogos no Ensino de Matemática. **Departamento de Matemática** do Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas UNESP - Câmpus de São José do Rio Preto. Disponível em <https://www.ibilce.unesp.br/#!/departamentos/matematica/extensao/lab-mat/jogos-no-ensino-de-matematica/>. Acesso em 13 nov 2023.

pode andar? Em que situação o jogador não sai do lugar? Quais são as “melhores” casas do jogo? E as piores?

Por fim, o Fantan (SÃO PAULO, 2008) foi o último jogo explorado na primeira oficina. A proposta desse jogo é estimar a quantidade de feijões colocados no centro do tabuleiro (Figura 2) e apostar fichas em um dos cantos que se referem ao resto da divisão por 4. O jogador que acertar a quantidade que sobra dessa divisão ganha as fichas apostadas de todos os jogadores e, a pessoa que chegou mais próxima da estimativa, também recebe uma ficha de cada jogador. Um dos objetivos a ser conquistado com o Fantan é o desenvolvimento do pensamento algébrico que, segundo Nunes et al. (s.d., p.2) “[...]encontra resistência por parte dos alunos para a sua aprendizagem. Ou seja, a passagem da aritmética à álgebra é fonte de conflitos e fracassos na matemática escolar.” Assim, depois de experienciar o jogo, realizou-se a discussão a respeito do jogo, com as seguintes perguntas: Como fazer o cálculo da quantidade de feijões? O que precisamos mudar na regra se mudarmos a forma do tabuleiro? Justifique. Quais conteúdos matemáticos estão sendo abordados? Quais variações podemos fazer com o jogo? O que acontece se tirarmos a média das estimativas na rodada 4?

Durante a Oficina, pode-se perceber o encantamento das professoras ao realizar o que lhe era proposto, elas conseguiram vislumbrar como sua aula poderia acontecer diante do conteúdo matemático abordado. Discutir com outros colegas sobre a sua prática e apresentar novas possibilidades de ensinar. Esses momentos de encontro entre os profissionais da educação são como um impulso de motivação para realizar as transformações necessárias à vida de cada estudante da educação básica.

Oficina 2 - Iniciando os conceitos de análise combinatória.

Atendendo as sugestões dos participantes anteriores, a segunda oficina teve como tema a combinatória. Intitulada como “Iniciando os conceitos de análise combinatória” e explorou duas atividades: Passeio da Carlinha (KATAOKA, 2010) e Travessia do Rio (BORBA; BATISTA; AZEVEDO, 2015), cujos tabuleiros podem ser vistos na Figura 3.

O Passeio da Marina foi inspirado no Passeio Aleatório da Carlinha (KATAOKA, 2010, p. 26) e tem como objetivo

introduzir noções elementares da teoria de probabilidades: eventos, espaço amostral, probabilidade de eventos simples; construir tabelas simples e gráficos de barras; discutir as diferenças entre experimento determinístico e aleatório; estimar probabilidades por meio da frequência relativa; calcular a

probabilidade teórica a partir da árvore de possibilidades e analisar padrões observados e esperados

Figura 3: Tabuleiros do Passeio Aleatório da Marina e da Travessia do Rio



Fonte: Arquivo pessoal

Esse jogo consiste em tabuleiro em que os cinco amigos de Marina, estão posicionados em suas casas de acordo com as coordenadas cartesianas, a saber: Amélia (0,4), Bernardo (1,3), Marcos (2,2), Bárbara (3,1) e Antônio (4,0). Marina (0,0) que morava na origem do plano cartesiano visitava cada um de seus amigos um dia por semana, mas para deixar as visitas mais emocionantes, ela começou a realizar as visitas de acordo com os resultados do lançamento de uma moeda. Se o resultado fosse cara ela caminharia uma quadra para Norte e se fosse coroa ela caminharia uma quadra para leste. São necessários quatro lançamentos da moeda até que Marina chegue à casa de um de seus amigos. Por exemplo, se sair a sequência (cara, cara, coroa e cara) ela visita o Bernardo. Kataoka (2010) sugere 32 repetições dessas visitas e o registro de sequências de caras e coroas devem ser feitas e logo em seguida uma tabela de frequência absoluta e frequência relativa (Figura 4). Em seguida propor questões como: será que Marina irá visitar igualmente seus amigos? Quem será o mais visitado? Justificativas.

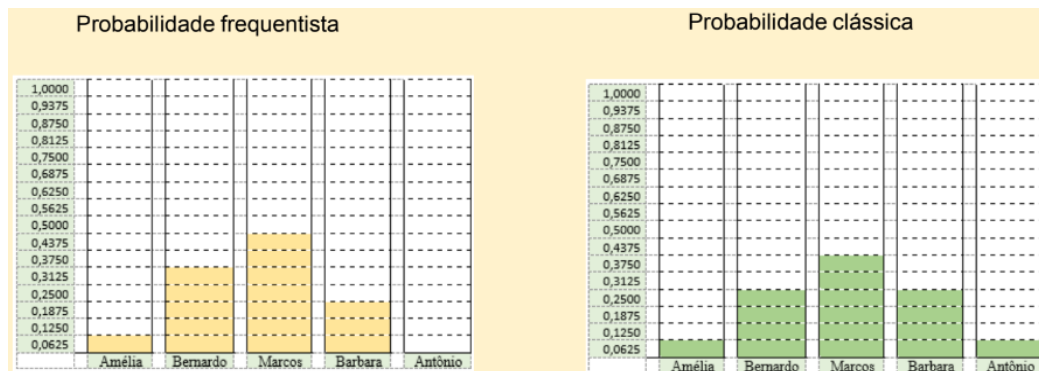
Figura 4: Tabela de frequência de visitas de Marina.

Tabela 1 – Distribuição do número de visitas que cada amigo recebeu da Marina			
Amigo	Nº de vezes que foi visitado (n)	Frequência Relativa(f_r)	Porcentagem (%)
Amélia			
Bernardo			
Marcos			
Barbara			
Antônio			
Total	32	1,00	100,00

Fonte: dos autores.

Um gráfico de frequência relativa observada é construído e em seguida um gráfico de frequência relativa esperada (Figura 5) é construído. A frequência relativa esperada é baseada nos cálculos de probabilidade clássica usando a suposição de igual probabilidade de sair cara ou coroa e a árvore de probabilidades ajuda nesse processo.

Figura 5: Frequência observada e esperada do Passeio Aleatório da Marina.



Fonte: dos autores.

Os participantes vivenciaram a atividade realizando o lançamento de moedas e fazendo anotações e logo ocorreram as primeiras observações que trouxeram reflexões sobre a frequência de visita aos amigos de Marina. Os participantes tiveram que confrontar os resultados teóricos e experimentais e tiveram que justificar que as diferenças encontradas

O jogo Travessia do Rio (Figura 3) é apresentado em Borba, Batista e Azevedo (2015) e ele também traz à tona a distribuição de probabilidade e a aleatoriedade. O jogo envolve dois jogadores, cada um deles distribui 12 peças na sua margem do rio conforme sua estratégia e de acordo com a soma obtida no lançamento de dois dados comuns, ele atravessa uma peça que está na casa correspondente para outra margem do rio na sua vez de jogar. Ganha aquele que conseguir atravessar todas suas peças para outra margem do rio. Os participantes experimentaram uma partida da Travessia do Rio para que algumas questões fossem observadas, como a impossibilidade de sair o número 1 ou que o número 7 sai com mais frequência que os demais, por exemplo.

Desta forma, abriu-se espaço para reflexão, discussão e justificativas matemáticas do porquê isso acontece. Descrever as possibilidades de sair cada uma das somas da margem do rio e os respectivos pares ordenados (Tabela 1) ajuda a compreender as questões que surgiram. Esse jogo pode ser desenvolvido com estudantes dos anos iniciais, pois envolve apenas adição simples e é possível para eles fazerem levantamentos de quais pares irão resultar no número da margem do rio.

Tabela 1: Pares ordenados formados no lançamento de dois dados comuns.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	(1,1)	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(3,3)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(5,5)	(5,6)	(6,6)
		(2,1)	(1,3)	(2,3)	(5,1)	(3,4)	(5,3)	(5,4)	(4,6)	(6,5)	
			(3,1)	(4,1)	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(6,3)	(6,4)		
				(1,4)	(4,2)	(5,2)	(6,2)	(3,6)			
					(2,4)	(6,1)	(2,6)				
						(1,6)					

Fonte: dos autores.

É importante destacar que a soma obtida leva em conta o par ordenado, por exemplo, (2,3) é diferente (3,2). Em seguida foi elaborado uma tabela de distribuição de probabilidades na Tabela 2:

Tabela 2: Distribuição de probabilidade.

Soma	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Probabilidade	0	1/36	2/36	3/36	4/36	5/36	6/36	5/36	4/36	4/36	3/36	2/36	1/36

Fonte: dos autores.

Embora o cálculo de probabilidades como este não seja abordado nos anos iniciais é importante o professor ter esse conhecimento matemático para que ele tenha boas justificativas para apresentar a seus estudantes. A partir disso foi proposto mais uma partida desse jogo, mas dessa vez com um jogador usando a melhor estratégia e o outro não com o propósito de discutir que a melhor estratégia aumenta as chances do vencedor, mas que o uso dele não garante a vitória. Novamente a aleatoriedade se faz presente no evento.

Oficina 3 – Frações e proporções na estatística

Outro tema muito solicitado pelos participantes são as frações, por isso uma oficina envolvendo frações, proporcionalidade, probabilidade e estatística foi ofertada. A oficina foi delineada considerando relatos de professores e de licenciandos que realizam estágios nas

escolas da educação básica e nas leituras de trabalhos relacionados ao tema. Em consonância, Onuchic e Allevato (2008), apontam que “o ensino e a aprendizagem dos conceitos relacionados aos números racionais permanecem um sério obstáculo no desenvolvimento matemático dos alunos. Assim, muito há de se fazer para sanar as dificuldades apresentadas para entender o tema. Quem ensina precisa analisar, discutir e repensar alternativas para promover o ensino-aprendizagem de fração.

É importante que o professor que ensina matemática tenha a percepção dos diversos conceitos que as frações podem contemplar para que eles saibam lidar com as dificuldades de aprendizagens de seus estudantes. Tinoco (2011) apresenta vários problemas para lidar com essa diversidade, tais como relação parte-todo, medida, quociente e razão. Esses problemas foram explorados para que os professores pudessem perceber os diferentes conceitos de frações presentes nesses problemas.

Pensando em um contexto mais aplicado, o conceito de proporcionalidade presente na técnica estatística chamada de captura e recaptura apresentada por Cordani (2012) foi vivenciado pelos presentes na oficina. A proposta da atividade de Cordani (2012) é estimar a quantidade N de peixes em um lago fechado. Para isso, uma amostra de tamanho n é coletada e todos os peixes são marcados e devolvidos ao lago. Em seguida uma nova amostra de mesmo tamanho é coletada e é contada a quantidade de peixes (X) marcados na segunda amostragem. Considerando que os peixes se movem dentro do lago, é esperado que na segunda amostragem a proporção de peixes marcados seja a mesma do lago. Dessa forma, por meio da proporcionalidade, $\frac{n}{N} = \frac{x}{n}$ uma estimativa \hat{N} da quantidade de peixes no lago é obtida. Outras amostragens podem ser feitas e novas estimativas são obtidas e uma estimativa para quantidade de peixes no lago pode ser obtida pelas médias de \hat{N} . Espera-se que o resultado encontrado esteja muito próximo do valor real e isso pode ser conferido contando a quantidade exata de “peixes” no lago. Na oficina foram utilizadas cerca de 300 tampinhas de garrafa pet para representar os peixes e 40 delas foram sorteadas e marcadas com caneta permanente. Essa atividade é motivadora pois lida com estimativa, incerteza, diferenças amostrais e usa o conceito matemático de proporcionalidade dentro de um contexto factível.

Oficina 4 – Estatística com Geogebra

O GeoGebra é um software livre, intuitivo, dinâmico, com versões para tablets, smartphones e disponível para as principais plataformas computacionais. É um importante

recurso tecnológico e utilizado nas aulas de matemática para o ensino de geometria e álgebra, no entanto, ele é pouco utilizado para ensino de estatística.

O objetivo desta oficina foi apresentar os recursos de GeoGebra e especialmente a sua Planilha de Cálculo para o ensino de estatística, explorando as potencialidades deste software que pode favorecer a reflexão e discussão com os estudantes, fortalecendo o processo de ensino de aprendizagem desse conteúdo na educação básica. De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018, p. 276) a utilização de “recursos didáticos como [...] planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas”, portanto, essa oficina trouxe para a realidade do professor mais um recurso pedagógico para ensinar matemática.

A oficina tratou sobre como instalar o software, criar uma conta, administrar o drive para armazenar atividades próprias e de terceiros e as ferramentas da Planilha de Cálculo do Geogebra. A primeira atividade foi inserir um conjunto de dados com as medidas das mãos dos participantes na planilha. A partir dela foram construídos os gráficos de pontos, colunas e boxplot e eles foram comparados entre si. Medidas resumos foram obtidas e discutidas. O Geogebra possui muitos recursos para o ensino de estatística, no entanto, para a construção de gráfico de setores ainda não é muito amigável, mas em sua plataforma, existem algumas atividades que podem ajudar o professor na elaboração dele. Assim, nessa oficina foram explorados também alguns materiais prontos que estão na plataforma do Geogebra, e a apresentação de como eles podem ser editados para atender à demanda caso os participantes quisessem modificá-los para trabalhar com essas atividades e adaptá-las para sua sala de aula.

O Geogebra é um excelente recurso de geometria dinâmica, no entanto, ele ainda não é muito familiar para muitos professores e nem está ao alcance de muitos estudantes da educação básica. Para que suas potencialidades de aproximar a matemática dos estudantes da educação básica por meio de recursos tecnológicos são necessários que as salas de aula sejam devidamente equipadas, com uma equipe de manutenção e apoio além de investir na formação continuada de professores.

O curso Práticas de Ensinar e Aprender Matemática nos Anos Iniciais: Estatística

O curso foi concebido considerando que a Estatística está presente na Unidade Temática Probabilidade e Estatística da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), desde os anos iniciais do ensino fundamental, que prevê que

os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. (BRASIL, 2018, p.275)

O curso propôs como objetivos (i) que os participantes analisassem as aprendizagens de seus estudantes da educação básica, elaborando relatos de trabalho desenvolvido com a temática do curso; (ii) incentivar, a partir das discussões realizadas no curso, o desenvolvimento de situações didáticas de forma a instigar e estimular, nos estudantes das escolas em que atuam, o espírito investigativo e formas de socializar os resultados encontrados nas pesquisas propostas, estimulando a visão crítica e uso de termos adequados para comunicar ideias associadas ao acaso.

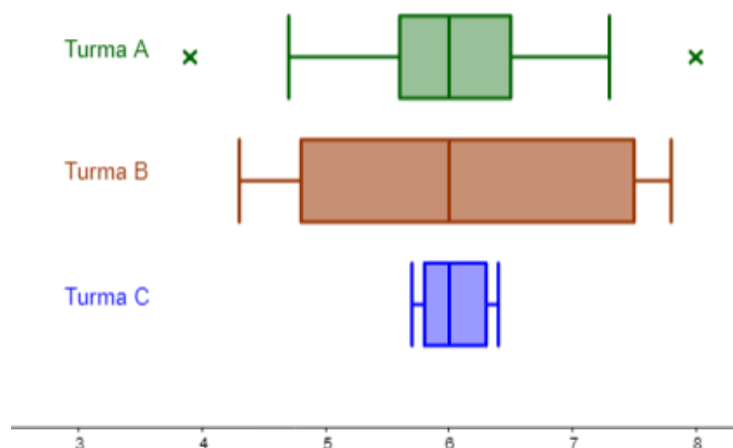
Segundo Cazorla et al. (2017, p.15), a Educação Estatística “está centrada no estudo da compreensão de como as pessoas aprendem Estatística envolvendo os aspectos cognitivos e afetivos e o desenvolvimento de abordagens didáticas e de materiais de ensino”. Em linhas gerais, esse rumo está diretamente relacionado ao processo de desenvolvimento do pensamento científico, já que este fornece a possibilidade de reflexão sobre aspectos reais. Corroborando com essas informações, o curso "Práticas de Ensinar e Aprender Matemática nos Anos Iniciais: Estatística" foi desenvolvido em 40 horas distribuídas em dez sábados e foi cursada basicamente por professoras que ensinam matemática. As aulas foram ministradas pelas professoras do Instituto e elaboradas juntamente com dois estudantes do curso de licenciatura em matemática.

As aulas foram expositivas e dialógicas, elaboradas com conteúdo de estatística do ensino fundamental usando diversos recursos, tais como folha de atividades, material concreto, jogos e software Geogebra.

A formação continuada de professores traz reflexões que muitas vezes não estão presentes na formação inicial e isso enriquece a formação de todos os envolvidos. Por

exemplo, em uma aula para se discutir a variabilidade das notas de alunos de três turmas, foram calculadas as medidas de tendência central, que se mostraram iguais para as três turmas, e construídos três gráficos boxplot (Figura 6). Na Figura 6 é possível observar que as medianas coincidentes e aqui foi possível de discutir as diferenças entre as turmas e a necessidade de uma medida que expresse as diferenças que são visíveis nos boxplot.

Figura 6: Boxplot das notas das turmas A, B e C.



Fonte: dos autores.

O tamanho das caixas representa uma medida de variabilidade conhecida como intervalo interquartil e quanto menor for essa medida mais homogêneo é a turma. Para o professor ministrar suas aulas a Turma C é a mais fácil, pois ela é a mais homogênea, no entanto, uma das cursistas observou que pedagogicamente o melhor é que a turma não seja tão homogênea pois os diferentes níveis de conhecimento permitirão mais trocas entre os estudantes. Aquele estudante que sabe mais ensina aquele que sabe menos, no sentido de se construir o conhecimento por meio do chamado agrupamentos construtivos³.

Além das aulas expositivas e dialógicas, a proposta do curso foi desenvolver atividades que promovessem a discussão e reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem de estatística nos anos iniciais para que as cursistas pudessem rever suas práticas de ensino. Dessa forma, um dos instrumentos de avaliação foi o de elaborar e desenvolver uma atividade junto de seus estudantes da educação básica. Para realizar tal atividade, as cursistas se organizaram em grupos e os resultados foram compartilhados com

³<http://escoladeformacao.sp.gov.br/portais/Portals/183/repositorios/biblioteca/Agrupamentos%20produtivos.pdf>

demais colegas do curso. Cada grupo fez a sua apresentação, e ao final delas, suas colegas puderam fazer perguntas e as professoras do curso fizeram suas contribuições. Foi um momento muito rico de troca de experiências, pois todos os envolvidos participaram e deram seu parecer, incorporando mais experiências em sua formação. A seguir estão descritas algumas delas.

Um grupo de professores realizou a atividade sobre a fruta preferida e foi proposta para o 1º ano do ensino fundamental. Para a escolha dessas frutas, os alunos foram ouvidos e as professoras apontaram as frutas recorrentes no lanche servido pela escola. Elas utilizaram tampinhas de garrafas pet para representar as frutas e os alunos votavam na sua fruta favorita colando a tampinha correspondente em uma cartolina para construção do gráfico de pontos, cada ponto representava a preferência de um cada aluno. Nessa representação os alunos identificaram a fruta preferida do grupo era aquela que tinha mais pontos e aquela com menos pontos era a menos preferida. Seus estudantes conseguiram perceber que cada tampinha representava um aluno e, portanto, o total de tampinhas é o total de alunos, com essa representação eles se sentiram pertencentes à atividade.

De modo geral, as professoras dos anos iniciais optaram por desenvolver uma atividade usando uma variável qualitativa para a construção de um gráfico de colunas ou pontos usando um tema escolhido por elas. Os temas utilizados foram de fruta preferida, como descrito, outros dois grupos optaram pela brincadeira preferida e houve um grupo que usou o tema dos personagens dos sete anões. Com essa atividade discussões como planejamento, coleta de dados, organização e comunicação dos resultados de uma pesquisa foram trabalhados, até mesmo um ensaio de amostragem acabou sendo discutido. Com essa experiência todos os envolvidos no curso perceberam a importância da participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento e pode ser percebido na opinião delas ao final do curso.

“Planejar a atividade foi muito legal, pois junto com o grupo analisamos as possibilidades, refletimos sobre a proposta antes de colocar em prática. Privilegiamos o uso de material atrativo para os alunos e uma temática do universo deles. As crianças se sentiram engajadas na atividade, participaram ativamente da construção da tabela e gráfico a partir dos dados de votação da própria turma.” (Professora X)

“Foi interessante construir com os alunos as tabelas e gráficos ao invés de trazê-los prontos como fazem os livros didáticos. Isso tornou a experiência mais significativa e enriquecedora para os alunos” (Professora Y)

“Sim, sempre temos a visão de que o aluno tem que compreender aquele conteúdo que trazemos, mas que envolver o aluno no planejamento e permitir a troca entre eles é o que nos permite sempre estar se atualizando com cursos de extensão.” (Professora Z)

As cursistas puderam compreender melhor o planejamento de uma pesquisa estatística e potencializar as atividades a partir do que foi apresentado. Questões como, será que a preferência poderia mudar conforme gênero ou hábitos familiares? Será que a outra turma, que tem as mesmas características que a nossa, terá o mesmo resultado? Será que há outras formas de representação gráfica? Como escolher a melhor? A escala é importante? Além disso, é importante de se ter a percepção da escolha do tema a ser pesquisado para envolver os estudantes.

Ao avaliar o curso no final, as participantes disseram que recomendam esse curso a seus colegas e querem participar de outros cursos como este. As motivações foram diversas, elas consideram que “para professores atuantes em sala de aula é muito rico”; “muito enriquecedor para nossa prática de ensino.”; “O professor tem que estar aprendendo e inovando suas práticas “O curso me ajudou a repensar o modo como apresento os conteúdos de Estatística para as crianças.” E as “as atividades trabalhadas não é somente pra nós, mas nos ajuda a pensar na nossa vida profissional.

Finalmente, um dos objetivos foi que o conhecimento adquirido não ficasse restrito apenas aos professores cursistas, mas que ele pudesse ser levado e compartilhado com outros colegas de trabalho de modo a ampliar e promover discussões, incorporando outras formas de ensino às suas práticas. Isso acabou acontecendo, pois com o desenvolvimento das atividades práticas do curso acabou gerando interesse das próprias participantes e de outras profissionais da escola e dessa forma os objetivos foram plenamente atingidos

Considerações finais

Este projeto de extensão utilizou vários recursos para sua execução, dentre os quais destacamos os tecnológicos como o Excel e Geogebra, além dos materiais manipulativos como jogos, dados, tampinhas de garrafa pet. Pelos relatos apresentados na avaliação das oficinas e do curso, pudemos perceber que projeto contribuiu para ampliar o conhecimento e o entendimento da importância do ensino de probabilidade e estatística nos anos iniciais.

A formação continuada de professores pode ser feita por meio de projetos de extensão que promovem integração entre docentes e estudantes das instituições públicas de ensino superior e com a comunidade externa. Esse tipo de formação promove aprendizagem de

todos envolvidos, os licenciandos, participantes da equipe de execução, que tiveram que estudar e aprofundar seus conhecimentos para o planejamento das atividades e a oportunidade de pensar sobre seu futuro profissional. A partir do convívio com os professores cursistas, os licenciando puderam perceber como é a vivência em uma sala de aula e as preocupações existentes ao preparar suas aulas.

Referências

BEZERRA, Renata Camacho. *Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Lesson Study*. 2017. Tese (Doutorado). Presidente Prudente: Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia. Disponível em <https://repositorio.unesp.br/items/eb282618-7347-4251-90b9-3940150a0c7f>. 2017. Acesso em 22 nov. 2022.

BORBA, Rute; BATISTA, Rita, AZEVEDO, Juliana. Levantando Possibilidades para o Desenvolvimento dos Raciocínios Probabilístico e Combinatório de Crianças em Anos Iniciais de Escolarização. In: BORBA, Rute; GUIMARÃES, Gilda, (org.). *Pesquisa e atividades para o aprendizado matemático na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental* [livro eletrônico]/. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2015.(p.23-46)

BORIM, J. *Jogos e resoluções de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática*, 5ª edição. São Paulo: CAEM/IME-USP, 2004, 100p.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Resolução no 2*, de 20 de dezembro de 2019. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2019-pdf/135951-rcp002-19/file>. Acesso em 30 abr 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018.

CAZORLA, I. MAGINA, S. GITIRANA, V.; GUIMARÃES, G. (Orgs.). *Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental*. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, biblioteca do Educador (Coleção SBEM), 2017. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_sbem.pdf.Silva

CORDANI, Lisbeth K. *Oficina: Estatística Para Todos*. São Paulo, Editora IME-USP. 2012. Disponível em <https://www.ime.usp.br/~abe/ce-arquivos/Oficina.pdf>. Acesso em 13 nov 2023.

GOMES, R. R.; SANTOS, D. T. S.; SPILLER, L. K. P. C. Práticas de ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: o trabalho colaborativo em um curso de formação continuada de professores. *Revista Compartilhar-Reitoria*, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 68-72, 2019. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/compartilhar/issue/view/100>. Acesso em 15 fev. 2020.

GRANDO, R. C. O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula. 2000. *Tese de doutorado*. Universidade estadual de Campinas, Campinas – SP, 2000.

KATAOKA, Verônica Yumi. Passeios Aleatórios da Carlinha: Uma Atividade Didática para o Ensino de Probabilidade. *ERMAC 2010: I Encontro Regional De Matemática Aplicada E Computacional*. 11 - 13 de Novembro de 2010, São João del-Rei, MG; pg 26 – 35. Disponível em <https://ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/i-ermac/anais/minicursos/mc2.pdf>. Acesso em 13 nov 2023.

LORENZATO, S. *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 3a ed. Campinas: Autores Associados, 2012. (Coleção Formação de Professores)

MARTINS, Ângela Maria Gusmão Santos; DE ALMEIDA COSTA, Jucinalva Bastos; RIBEIRO, Generosa Sousa. Oficinas pedagógicas como dispositivos para a formação dos formadores do programa TOPA/Famam. *Práxis Educacional*, v. 7, n. 11, p. 221-236, 2011.

NUNES, A. C.; MYLLA, G. F.; CHAS, D.M.P.; OLIVEIRA, W. L.de. (2015). O lúdico na matemática: a aprendizagem da álgebra a partir do jogo fan tan. In: *EDUCERE – XII Congresso Nacional de Educação – “Formação de professores, complexidade e trabalho docente”*

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, G. As diferentes “personalidades” do número racional trabalhadas através da resolução de problemas. *Bolema*, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 79-102, 2008.

PAVIANI, Neires Maria Soldatelli; FONTANA, Niura Maria. *Oficinas pedagógicas: relato de uma experiência*. Caxias do Sul: Conjectura, 14(2) 77-88, 2009.

RIBEIRO, C. M.; MARTINS, F. (2010) Sondagens versus censos. Uma primeira discussão do conhecimento matemático para ensinar organização e tratamento de dados. *Exedra*. V.3.p33-50, 2010. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/258960180>. Acesso em 20 out. 2021.

SÃO PAULO, Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas- *Oficina De Experiências Matemáticas Ciclos I E II*, São Paulo: Secretaria da Educação do Estado de São Paulo. 2008.

SOUZA, L.H.P.; GOUVÊA, G. Oficinas pedagógicas de ciências: os Movimentos pedagógicos predominantes na formação continuada de professores. *Ciência & Educação*, v. 12, n. 3, p. 303-313, 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S1516-73132006000300005> . Acesso em 20 abr 2022.

TINOCO, Lucia Arruda Albuquerque (Coordenadora). *Razões e Proporções*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática/UFRJ. 2011 (PROJETO FUNDÃO)