

Problema de Roteamento em Arcos Dominante

Fábio Luiz Usberti, João Pedro Ramos Lopes*, Rafael Kendy Arakaki

Resumo

Este trabalho apresenta um novo problema de otimização combinatória NP-difícil denominado Problema de Roteamento em Arcos Dominante (em inglês, Dominating Arc Routing Problem - DARP). O objetivo do DARP é encontrar um circuito de custo mínimo tal que todas as arestas do grafo sejam dominadas pelas arestas do circuito, ou seja, estejam a uma determinada distância máxima das arestas do circuito. Neste trabalho, serão investigadas metodologias heurísticas para a obtenção de soluções heurísticas para o problema. Este problema possui aplicações práticas em áreas de monitoramento wireless como, por exemplo, coleta de valores de consumo de água e energia de clientes por um veículo com dispositivo leitor sem fio. Este trabalho é candidato ao prêmio de Iniciação Científica do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional de 2018.

Palavras-chave:

Otimização Combinatória, Metaheurística, Programação Linear Inteira

Introdução

Dentre os problemas de otimização combinatória, pode-se estabelecer duas classes importantes: problemas que podem ser resolvidos com complexidade polinomial em uma máquina de Turing determinística (classe P) e os que podem ser resolvidos em tempo polinomial em uma máquina de Turing não-determinística (classe NP)². Supondo que $P \neq NP$, não há algoritmo em tempo polinomial para os problemas pertencentes à classe NP e, por isso, o uso de metodologias heurísticas é de especial interesse para essa classe de problemas.

Um grafo $G = (V, E)$ é definido por um conjunto V de vértices e um conjunto E de arestas. Uma sequência de vértices (v_1, \dots, v_n) , $v_i \in V$, é dita um passeio em G se, dado $\forall i \in [1, n)$, todas as arestas (v_i, v_{i+1}) pertencem a E . Um passeio é denominado um circuito em G se os vértices inicial e final são os mesmos, ou seja, $v_1 = v_n$. Seja atribuído um custo associado a cada aresta $w(u, v)$. O custo de um circuito (v_1, \dots, v_n) é então definido pelo somatório dos custos de suas arestas.¹

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado, uma aresta $(u, v) \in E$ possui um conjunto de arestas k -dominadas denotado por $D_k(u, v)$. Seja $d(u, v)$ o custo do caminho mínimo do vértice u ao vértice v , o conjunto $D_k(u, v)$ é definido pela união de arestas dos seguintes casos:

- Caso 1: $\{(i, j) \in E \mid d(i, u), d(j, u) \leq k\}$
- Caso 2: $\{(i, j) \in E \mid d(i, v), d(j, v) \leq k\}$
- Caso 3: $\{(i, j) \in E \mid d(i, v), d(j, u) \leq k\}$
- Caso 4: $\{(i, j) \in E \mid d(i, u), d(j, v) \leq k\}$

Dessa forma, um roteamento em arcos dominante em um grafo pode ser definido como um circuito C , tal que as arestas desse circuito dominam as arestas do grafo, ou seja, $\{\forall e \in E, \exists c \in C \mid e \in D_k(c)\}$. O DARP é um problema NP-difícil, uma vez que é uma generalização de um problema NP-difícil: o problema do conjunto k -dominante.

Neste projeto, é proposta para a solução do DARP utilizando Algoritmos Genéticos com dois métodos de

decodificação de um cromossomo: (i) dominância utilizando apenas arestas presentes explicitamente no cromossomo; (ii) dominância obtida por todas as arestas presentes no caminho mínimo existente entre duas arestas do cromossomo. Também é proposta uma solução utilizando Programação Linear Inteira.

Resultados e Discussão

Foi utilizado um conjunto de instâncias da literatura de roteamento em arcos apresentado por Corberán et al.³. Para cada instância, foi realizada a execução para três valores distintos de k (distância máxima que define dominância): $k = 50$, $k = 100$ e $k = 150$.

Os resultados apontam para uma melhor performance do método que utiliza dominância de caminhos. Em algumas instâncias obtendo soluções mais de quatro vezes melhores do que o outro modelo. Em relação ao fator de distância máxima k , não foi possível apontar um padrão sobre o impacto claro desse parâmetro na dificuldade de solução das instâncias.

Conclusão

Apesar de terem sido encontrados valores interessantes para a abordagem proposta, é necessária a experimentação com conjuntos de instâncias mais variados e verificar a possibilidade de melhorias no método, como buscas locais, hibridização com outras metaheurísticas, etc.

A ideia de decodificação por caminhos mínimos utilizada pelo AG pode ser explorada e adaptada para outros problemas de dominância, como o problema do ciclo k -dominante.

¹ Gross, J. L. e Yellen, J. (2004). Handbook of graph theory. CRC press.

² Gary, M. R. e Johnson, D. S. (1979). Computers and intractability: A guide to the theory of np-completeness.

³ Corberán, A., Plana, I., e Sanchis, J. M. (2007). A branch & cut algorithm for the windy general routing problem and special cases. Networks, 49(4):245–257.