



Implementação eficiente do método dual simplex em otimização estrutural.

Beatriz Y. Azuma*, Aurélio R. L. de Oliveira.

Resumo

O presente trabalho visa o estudo de modelos lineares para otimização estrutural, com aplicação dos conceitos de dualidade provenientes na programação linear. Apesar de não serem amplamente implementados devido às suas restrições, problemas lineares de otimização de estruturas fornecem uma introdução satisfatória para a compreensão das formulações realizadas em problemas de programação não-lineares em estruturas, que são atualmente utilizados por permitirem uma análise mais complexa da estrutura.

Palavras-chave:

Programação linear, dualidade, otimização estrutural.

Introdução

Um problema de programação linear consiste em otimizar uma função, denominada função objetivo, satisfazendo uma série de restrições, sendo a função objetivo e as restrições lineares.

“Para cada problema de programação linear há um segundo problema associado que estamos simultaneamente resolvendo. Essa nova programação linear satisfaz algumas propriedades importantes.” (BAZARAA et al., 2010, p. 259, tradução nossa). Assim, torna-se escopo de estudo tanto o problema original, denominado primal, quanto o dual, problema secundário.

Ademais, tem-se que problemas de programação linear possuem várias aplicações e, entre elas, a otimização estrutural. Este projeto visa, portanto, a implementação do método dual simplex na resolução de problemas de otimização de estruturas.

Resultados e Discussão

Atualmente, a otimização estrutural utiliza-se de problemas de programação não-linear, uma vez que estes permitem uma análise mais complexa e precisa da estrutura. No entanto, a programação linear ainda é utilizada e, apesar das simplificações realizadas, mostra-se eficiente para a introdução de otimização de estruturas.

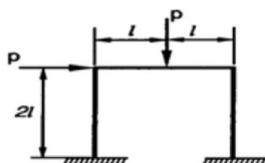


Figura 2. Problema de programação linear. (Fonte: LEITZKE; BOTTEGA (2014)).

Desse modo, a Figura 1 apresenta um pórtico sujeito a um carregamento vertical P e um carregamento horizontal P . Deseja-se que a estrutura possua o menor peso, de forma a não deformar pela ação das cargas aplicadas. Tem-se, portanto o problema linear apresentado na Figura 2, em que $x_1 = \frac{m_v}{Pl}$ e $x_2 = \frac{m_c}{Pl}$, sendo m_v e m_c o momento plástico da viga e da coluna, respectivamente. Além disso, tem-se a seguinte relação entre o peso W da estrutura e as variáveis x_1 e x_2 : $\frac{W}{2Pl^2} = \frac{2m_v}{Pl} + \frac{m_c}{Pl} = 2x_1 + x_2$. Ademais, as restrições são

baseadas no fato que a estrutura não pode sofrer deformações.

$$\begin{array}{ll} \text{Primal: Minimizar } 2x_1 + x_2 & \text{Dual: Maximizar } lw_1 + lw_2 + lw_3 + lw_4 + 3w_5 + 3w_6 \\ \text{sujeito a } 4x_2 \geq l & \text{sujeito a } 0w_1 + 2w_2 + w_3 + 2w_4 + 2w_5 + 4w_6 \leq 2 \\ 2x_1 + 2x_2 \geq l & 4w_1 + 2w_2 + w_3 + w_4 + 4w_5 + 2w_6 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq l & w_1 \geq 0, w_2 \geq 0, w_3 \geq 0, w_4 \geq 0, w_5 \geq 0, w_6 \geq 0 \\ 2x_1 \geq l & \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 3 & \\ 4x_1 + 2x_2 \geq 3 & \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 & \end{array}$$

Figura 2. Problema de programação linear.

Visto que os problemas de programação linear podem ser resolvidos tanto por meio do problema primal quanto a partir do dual, a escolha deve ser realizada a partir do esforço computacional necessário para a resolução, que depende de fatores como número de restrições, variáveis de controle, de folga e artificiais. (NOGUEIRA, 2010).

Após implementação no software GNU Octave obteve-se, para ambos problemas, o valor ótimo da função objetivo é 1,5 e, portanto, o peso mínimo da estrutura é $W = 3Pl^2$.

Conclusões

Por tratar-se de um problema de pequenas dimensões, é difícil averiguar qual problema (primal ou dual) é mais eficiente resolver. Em problemas de grandes dimensões, é recomendado realizar uma análise prévia para que seja escolhido o problema com menor esforço computacional. “Geralmente, opta-se pelo problema que tiver menor número de restrições” (NOGUEIRA, 2010). Assim, em um problema mais complexo, com maior quantidade de vigas e pilares, o método dual simplex aparenta ser o mais recomendado, uma vez que este apresenta menor número de restrições.

¹BAZARAA, Mokhtar S.; JARVIS, John J.; SHERALI, Hanif D.. *Linear Programming and Network Flows*. 4. ed. : Wiley, 2010. 748 p.

²LEITZKE, Bruna da Silva; BOTTEGA, Valdecir. *Programação Linear Aplicada na Otimização Estrutural*.

³NOGUEIRA, Fernando. *Dualidade*. 2010. 16 slides. Disponível em: <<http://www.ufjf.br/epd015/files/2010/06/dualidade2.pdf>>. Acesso em: 11 Jun 2019.

⁴SPILLERS, William R.; MACBAIN, Keith M. *Structural Optimization*. Nova Iorque: Springer, 2009. 301 p.