Grupos de holonomia.

Leonardo Martins Bianco*, Rafael de Freitas Leão.

Resumo

Explica-se de maneira geométrica a construção dos grupos de holonomia, objetos centrais na pesquisa matemática atual, fazendo uso de conceitos básicos da geometria de fibrados, como conexões e curvatura.

Palavras-chave:

Geometria, fibrados, holonomia.

Introdução

Grupos de holonomia são de grande interesse para entender a famosa lista elaborada pelo matemático francês Marcel Berger, que sob hipóteses razoáveis explicita os possíveis grupos de holonomia para variedades suaves compactas.

Resultados e Discussão

O exemplo guia é a holonomia da esfera, onde ao realizar transporte paralelo ao longo de geodésicas (os grandes círculos da esfera) constituindo uma curva fechada, retorna-se a um vetor diferente que o vetor inicial que foi transportado. Indica-se que no espaço euclidiano este fenômeno não ocorre, isto é, sempre se retorna ao mesmo vetor do qual se partiu. A principal suspeita é que tal fenômeno esteja de alguma forma relacionado com o fato de a esfera ser “curva”, e o espaço euclidiano não. Os teoremas de restrição da curvatura pela álgebra de holonomia, e determinação da curvatura a partir da álgebra de holonomia (Ambrose-Singer) confirmam rigorosamente esta intuição.

Figura 1. visualizando a holonomia na esfera.

Conclusão

O efeito de holonomia é acessível e ao mesmo tempo profundo, podendo ser explorado de diversas maneiras e exercendo papel instrumental na pesquisa matemática atual.

Agradecimentos

Agradeço ao apoio financeiro fornecido pelo Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica (PIBIC) e pela orientação do professor Rafael Leão.

¹ Kobayashi, S.; Nomizu, K.; Foundations of differential geometry: volume I. 2. Ed.: Wiley Classics Library, 1996.